

# WECHSELWIRKUNGEN UND BINDUNGSMECHANISMEN VON OPTISCHEN SOLITONEN IN GLASFASERN

DIPL.-PHYS. ALEXANDER HAUSE

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades  
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

Institut für Physik  
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät  
Universität Rostock

Oktober 2011

GUTACHTER:

Prof. Dr. Fedor Mitschke  
Universität Rostock

Prof. Dr. Philip St. J. Russell  
Max-Planck-Institut für die Physik des Lichts  
Erlangen

TAG DER DISPUTATION:

27.01.2012

# INHALTSVERZEICHNIS

---

1	EINFÜHRUNG	1
2	GRUNDLAGEN	5
2.1	Lineare Effekte in Glasfasern	5
2.2	Nichtlineare Effekte in Glasfasern	7
2.3	Nichtlineare Schrödingergleichung, Generalisierungen und Normierung	8
2.4	Analytische Lösungen der NLSE	10
2.4.1	Dauerstrichsignal	10
2.4.2	Das fundamentale Soliton	11
2.4.3	Solitonen höherer Ordnung	12
2.4.4	Breather	14
2.4.5	Unsymmetrische Solitonenpaare und Energietransfer	16
2.5	Solitonen in der GNLSE	19
2.6	Dispersions-Management	22
2.6.1	Solitonen in DM-Fasern	23
2.6.2	Solitonenmoleküle	25
3	WECHSELWIRKUNG FUNDAMENTALER SOLITONEN IM TEILCHENBILD	27
3.1	Solitonenpaare unter Einfluss des Kerr-Effekts	27
3.2	Symmetrische Paare fundamentaler Solitonen	29
3.2.1	Inter-Solitonen-Kräfte	30
3.2.2	Bewegung der Solitonen	32
3.3	Parameterentwicklung unsymmetrischer Solitonenpaare	34
4	SOLITONENPAARE UNTER EINFLUSS DES RAMAN-EFFEKTS	37
4.1	Reduzierte Wechselwirkung symmetrischer Solitonenpaare	38
4.2	Asymmetrische Solitonenpaare im Gleichgewicht	40
4.2.1	Bedingung I – das Kräftegleichgewicht	41
4.2.2	Bedingung II – die konstante relative Phase	43
4.2.3	Typen von Solitonenpaaren	45
4.2.4	Alternative theoretische Ansätze für Typ-II-Solitonenpaare	46
4.2.5	Parameterentwicklung und Existenzbereich von Typ-(I/II)-Solitonenpaaren	48
4.2.6	Stabilität der Solitonenpaare	50
4.2.7	Vergleich mit numerischen Simulationen	50
4.3	Solitonenzüge	55
4.3.1	Typ-II-Solitonenzüge	55
4.3.2	Konstruktion der Züge und Vergleich mit Simulationen	56
4.3.3	Grenzen der Typ-II-Solitonenzüge	59
4.3.4	Typ-I-Solitonenzüge	61
4.4	Experimenteller Nachweis	61
4.4.1	Lasersystem, Lichtmodulator und Nachweissysteme	62
4.4.2	Existenzbereich der Solitonenpaare in der verwendeten Faser	62
4.4.3	Aufbau	65

4.4.4	Ergebnisse	67
4.5	Schlussbemerkungen	69
5	WECHSELWIRKUNG VON DM-SOLITONEN	71
5.1	Stabile Bindung des fundamentalen Solitonenmoleküls	71
5.1.1	Einfluss des Chirps auf die Solitonen-Wechselwirkung	71
5.1.2	Effektive Kraft und Ursache der Bindung	73
5.1.3	Bindungspotential und Bewegung der DM-Solitonen	77
5.2	Experimenteller Nachweis	80
5.2.1	Aufbau	80
5.2.2	Messung der Wechselwirkung und Vergleich mit Theorie	82
5.2.3	systematische Autokorrelationsmessungen	84
5.2.4	Phasensensitive Messung mit VAMPIRE	86
5.2.5	Einfluss des Raman-Effekts im Experiment	89
5.3	Langsame Oszillationen und selbstähnliche Wechselwirkung	92
5.3.1	Langsame Oszillationen von DM-Solitonen	92
5.3.2	Veränderliche effektive Kraft langsam oszillierender DM-Solitonen	94
5.3.3	Selbstähnliche Wechselwirkung	96
5.4	Schlussbemerkungen	99
6	ZUSAMMENFASSUNG	103
A	MODULATIONSINSTABILITÄTEN, AKHMEDIEV-BREATHER UND PEREGRINE-SOLITON	107
A.1	Modulationsinstabilität	107
A.2	Akhmediev-Breather und Peregrine-Soliton	111
B	UNENDLICHE PERIODISCHE SOLITONENZÜGE	113
C	EINFLUSS DER DISPERSION AUF SECH-IMPULSE	115
D	ZUR IMPULSFORM DES DM-SOLITONS	121
D.1	Verfahren zur Bestimmung stationärer Lösungen	121
D.2	Flankenstrukturen des DM-Solitons	122
E	NORMIERUNGEN, VERWENDETE PARAMETER UND ABKÜRZUNGEN	127
E.1	Normierungen	127
E.2	Impuls-Parameter	128
E.3	Impulspaar-Parameter	129
E.4	Verwendete Parametersätze	130
E.5	Abkürzungen	131
	LITERATUR- UND QUELLENVERZEICHNIS	137



## EINFÜHRUNG

Nichtlineare Wellen und Wellenpakete sind in vielen Bereichen der Physik anzutreffen. Beispiele dafür sind sowohl die Ausbildung formstabiler Wasserwellen als auch die sogenannten Monsterwellen in der Ozeanographie. Beschrieben werden diese Phänomene, ebenso wie z.B. formstabile Materiewellen in Bose-Einstein-Kondensaten, durch nichtlineare dispersive Wellengleichungen. Die Ausbreitung von intensiven Lichtimpulsen in optischen Glasfasern ist ein weiteres, bedeutsames Beispiel für ein solches nichtlineares System.

In vielen Anwendungsfeldern kommen heutzutage Glasfasern zum Einsatz. Das wohl bekannteste davon ist die Datenübertragung und Kommunikationstechnik. Doch nicht nur in der Informationstechnologie sind optische Fasern nicht mehr wegzudenken. Neben Faserlasern, faseroptischen Sensoren und dem Transport von Laserstrahlung zur Materialbearbeitung ist ein weiteres großes Feld die faserbasierte Superkontinuumserzeugung [56, 68, 43]. Bei dieser wird sehr breitbandiges kohärentes Licht durch eine ganze Reihe nichtlinearer Effekte in photonischen Kristallfasern (PCF<sup>1</sup>) [119] erzeugt; Anwendung finden diese Lichtquellen z.B. in der optischen Kohärenztomographie [58], der Frequenzkammgeneration [151] oder auch in der Spektroskopie [146].

Eng verbunden mit den meisten dieser Anwendungen sind optische Solitonen. Diese sind formstabile und störungsrobuste Lichtimpulse, die auf einem dynamischen Gleichgewicht zwischen Kerr-Nichtlinearität und linearer anomaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion der Faser beruhen. Vorhergesagt wurden Solitonen bereits 1973 durch A. Hasegawa und F. Tappert [62] und schon 1980 erfolgte der experimentelle Nachweis von Solitonen in Glasfasern durch Mollenauer et al. [100].

Bei genauerer Betrachtung wird die Bewegung von Solitonen in einer Glasfaser durch eine Reihe weiterer nichtlinearer und linearer Prozesse beeinflusst. Prominentes Beispiel ist die Raman-Selbstfrequenzverschiebung der Solitonen, die 1986 experimentell durch F. Mitschke und L. F. Mollenauer [97] nachgewiesen wurde und zeitgleich durch J. P. Gordon theoretisch beschrieben werden konnte [55]. Bereits ein Jahr später konnte im Experiment ebenfalls durch F. Mitschke und L. F. Mollenauer die Wechselwirkung eng benachbarter Solitonen nachgewiesen werden [98]. Je nach relativer Phasenlage ziehen sich Solitonen entweder an oder sie stoßen sich ab. Mit der Anzahl der beteiligten Solitonen steigt natürlich die Komplexität der Wechselwirkung. Bei der Superkontinuumserzeugung z.B. werden im Normalfall sehr viele Solitonen erzeugt, die miteinander interagieren. Eine detaillierte Untersuchung dieser Interaktion der Solitonen und der auf sie wirkenden Effekte im Einzelnen ist wichtig, um auftretende Effekte wie z.B. die Bildung von Solitonenpaaren in PCFs [115, 116] unter Einfluss der Raman-Selbstfrequenzverschiebung zu verstehen. Neben diesen Raman-verschobenen Solitonenpaaren und den Paaren, die in Faserlasern

<sup>1</sup> engl.: photonic crystal fiber

auftreten können [4, 154], gibt es ein weiteres wichtiges Feld, in dem Solitonenpaare bzw. Solitonenketten eine wichtige Rolle spielen könnten: die optische Datenübertragung.

Die weltumspannende Übertragung von Informationen über das Internet erfordert durch die ständig steigende Zahl von Internetnutzern und die immer umfangreicher werdenden Datenmengen ebenfalls immer leistungsfähigere optische Übertragungssysteme. Glasfasern sind dabei die erste Wahl auf Grund ihrer hohen Bandbreite. In aktuellen Systemen werden im Multiplexbetrieb verschiedene Wellenlängenkanäle gleichzeitig benutzt, die Übermittlungsraten von mehr als 10 GBit/s pro Kanal ermöglichen [8]. Teilweise sind bereits kommerzielle Übertragungsstrecken mit Kanaldatenraten von 40 GBit/s im Testbetrieb. Das Senden der Informationen erfolgt durch Intensitätsmodulation eines Lichtsignals. Das Zeitfenster für einen Impuls, auch *bit slot* oder *time slot* genannt, beträgt bei 10 GBit/s ca. 100 ps. Die binäre Codierung erfolgt über das Senden oder Nichtsenden eines Impulses im entsprechenden Zeitfenster. Die Übertragungsraten lassen sich dabei nicht beliebig steigern. Neben weiteren Limitierungen ist eine bekannte Obergrenze durch das Shannon-Limit gegeben [127]. Die Kanalkapazität  $C_K$  ist dabei begrenzt durch die gegebene Bandbreite  $B$  und die Anzahl der möglichen Kodierungen  $n$

$$C_K = B \cdot \log_2(n) \quad .$$

Im Wesentlichen lässt sich eine signifikante Steigerung nur durch neue Kodierungsschemata erreichen. Dazu werden aktuell verschiedene Ansätze verfolgt. Ein Ansatz basiert darauf, im linearen Regime der Faser durch Phasen- und Amplitudenmodulationen der Impulse mehr als zwei unterscheidbare Zustände zu erzeugen. Dazu zählen z.B. das QPSK<sup>2</sup> [107] oder auch das aktuellere QAM<sup>3</sup> [107]. Bei diesen Verfahren wird versucht, alle nichtlinearen Effekte der Glasfaser zu unterbinden. Dies ist jedoch verbunden mit geringen Impulsamplituden und damit mit einem schlechten Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Eine elegantere Lösung könnte die Verwendung von Solitonenpaaren und -ketten als nichtlineare und robuste Repräsentation einer nichtbinären Kodierung sein. In einem Zeitslot könnten dann nicht nur die Symbole 0 und 1, sondern auch 2, 3, 4 ... kodiert werden.

Solitonenbasierte Datenübertragungssysteme sind bereits in kommerziellem Einsatz. Angewendet wird dabei das sogenannte Dispersions-Management (DM). Die verwendeten Fasern bestehen aus Segmenten mit alternierender Dispersion, und Solitonen in diesen Systemen werden DM-Solitonen genannt. Für eine erweiterte Kodierung mit DM-Solitonenketten sind wichtige Voraussetzungen zu erfüllen. Zum einen muss die Bindung der DM-Solitonen stabil und robust gegen Störungen sein und die DM-Solitonen müssen einen stabilen Abstand aufweisen. Zum anderen muss die Existenz ausreichend langer Solitonenketten gegeben sein. Numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass zumindest Ketten bestehend aus bis zu vier DM-Solitonen existieren [109, 89]. Im Experiment konnte im Labormaßstab erstmals 2005 die Existenz von DM-Solitonenpaaren, die auch als Solitonenmoleküle bekannt sind, nachgewiesen werden [133].

<sup>2</sup> engl.: quaternary phase shift keying

<sup>3</sup> engl.: quadrature amplitude modulation

Ziel dieser Arbeit ist es, die Wechselwirkung und Bindungsmechanismen von Solitonen in unterschiedlichen passiven Fasersystemen mit einem störungstheoretischen Modell zu beschreiben, um somit Einsicht in die physikalischen Prozesse zu erhalten, die für eine Solitonenpaar-Bildung verantwortlich sind. In diesem Störungsansatz werden die Solitonen als 'Teilchen' betrachtet, deren Geschwindigkeit durch ihre optische Mittenfrequenz gegeben ist. Änderungen der Mittenfrequenz werden in diesem Bild als Kräfte aufgefasst, die zu Anziehungen, Abstoßungen oder Beschleunigungen der individuellen Solitonen führen können. In dieser Betrachtung werden Kräftegleichgewichte gesucht, die gleichbedeutend sind mit der Bildung von Solitonenpaaren. Stabilitätsanalysen erlauben dann zusätzlich eine Unterscheidung in stabile und instabile Solitonenpaare.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden zunächst die für die weiteren Untersuchungen wichtigen Grundlagen zu optischen Solitonen und ihrer Wechselwirkung vermittelt. Weiterhin werden einige mathematische Beziehungen hergeleitet, die in den folgenden Kapiteln benötigt werden. Das störungstheoretische Modell der Solitonenwechselwirkung wird in Kapitel 3 vorgestellt und in Kapitel 4 auf Solitonenpaare und -züge unter Einfluss der Raman-Selbstfrequenzverschiebung angewendet. Zusätzlich werden in diesem Kapitel experimentelle Messungen zu diesen Raman-verschobenen Solitonenpaaren vorgestellt. In Kapitel 5 werden die stabile Bindung von DM-Solitonen untersucht und korrespondierende Experimente vorgestellt. Als letzter Punkt wird erläutert, wie DM-Solitonen unter bestimmten Voraussetzungen eine selbstähnliche Wechselwirkung aufweisen können.



In diesem Kapitel werden zunächst im ersten Abschnitt die physikalischen Grundlagen für die Beschreibung ultrakurzer Impulse und die auf sie wirkenden wesentlichen linearen und nichtlinearen Effekte in Glasfasern erörtert. Im zweiten Abschnitt des Kapitels werden das Solitonenkonzept und die Wechselwirkung von Solitonen vorgestellt.

## 2.1 LINEARE EFFEKTE IN GLASFASERN

Glasfasern, die in der Datenübertragung verwendet werden, sind Lichtwellenleiter, die aus einem Kern und einem Mantel mit leicht unterschiedlichen Brechungsindizes bestehen. Als Material kommt hochreines Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ) zum Einsatz. Die Lichtleitung findet im Wesentlichen im Kern statt, ein Teil des Lichts wird auch im Mantel geführt. Abhängig vom Kerndurchmesser und der verwendeten Wellenlänge können eine oder mehrere Moden ausbreitungsfähig sein. In der vorliegenden Arbeit wurden nur Einmodenfasern verwendet, deren Kerndurchmesser ( $d \approx 8 \mu\text{m}$ ) in der Größenordnung der Wellenlänge ( $\lambda_0 \approx 1,55 \mu\text{m}$ ) liegt.

Sowohl in der Datenübertragung als auch in der Materialbearbeitung oder bei bildgebenden Verfahren der medizinischen Diagnostik kommen optische Impulse im Piko- und Femtosekundenbereich zum Einsatz. Diese bezeichnet man als ultrakurze Impulse und sie werden im Zeitbereich durch ein komplexes elektrisches Feld

$$E(t) = |E(t)| \exp [i\Phi(t) - i\omega_0 t] \quad (2.1)$$

beschrieben.  $|E(t)|$  ist dabei die Einhüllende des elektrischen Feldes  $E(t)$  und  $\Phi(t)$  ist die Phasenfunktion im Zeitbereich. Die momentane Frequenz im Zeitbereich entspricht der negativen zeitlichen Ableitung der Phasenfunktion  $\omega(t) = -d\Phi(t)/dt + \omega_0$ . Für den Fall, dass die spektrale Breite des Impulses sehr viel kleiner als die Trägerfrequenz ist, gilt die quasimonochromatische Näherung (SVEA<sup>1</sup>). Die Trägerfrequenz  $\omega_0$  wird in dieser Beschreibung separiert, d.h. dass linear ansteigende Phasenterme verschwinden.

In realen Fasern treten im Bereich der verwendeten Wellenlänge Leistungsverluste auf Grund von Rayleighstreuung und Materialschwingungen auf. Die Stärke der Dämpfung liegt typischerweise in Standardfasern bei  $\alpha = 0,2 \text{ dB km}^{-1}$  [137]. Die Dämpfung allein bewirkt eine Abschwächung des Impulses [6]

$$\frac{\partial}{\partial z} E(z, t) = -\frac{\alpha}{2} E(z, t) \quad (2.2)$$

Die Dämpfung bewirkt nur eine Skalierung, jedoch keine Formänderung des Impulses.

<sup>1</sup> engl.: slowly varying envelope approximation

Ein wichtiger linearer Effekt, der die Form eines Impulses ändert, ist die chromatische Dispersion, die sich im Falle von Glasfasern aus der Material- und der Wellenleiterdispersion zusammensetzt. Die spektralen Komponenten eines optischen Signals besitzen eine unterschiedliche Phasengeschwindigkeit auf Grund des frequenzabhängigen effektiven Brechungsindex  $n(\omega)$ . Ultrakurze Impulse entsprechen einem breiten optischen Spektrum, man kann sie also als Superposition vieler monochromatischer Wellen  $E = E_0 \exp(i\beta(\omega)z - i\omega t)$  auffassen, deren Wellenzahlen  $\beta(\omega) = \omega n(\omega)/c$  frequenzabhängig sind.  $\beta(\omega)$  lässt sich in eine Reihe um die Mittenfrequenz  $\omega_0$  des betrachteten Systems entwickeln [96, 6]:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad (2.3)$$

Der Dispersionskoeffizient  $\beta_1$  entspricht dem Inversen der Gruppengeschwindigkeit,  $\beta_2$  beschreibt die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD<sup>2</sup>), welche i.A. die wesentliche Impulsformänderung bewirkt. Der Parameter  $\beta_3$  beschreibt die Dispersion dritter Ordnung (TOD<sup>3</sup>). In der quasimonochromatischen Näherung ergibt sich mit  $\omega_\Delta = \omega - \omega_0$  für die Entwicklung des Spektrums

$$E(\omega_\Delta, z) = E(\omega_\Delta, 0) \exp \left[ iz \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\omega_\Delta^k}{k!} \beta_k \right] \quad (2.4)$$

Für die Entwicklung im Zeitbereich folgt mit der Äquivalenz  $\omega_\Delta^k E(\omega_\Delta) \leftrightarrow (i d/dt)^k E(t)$

$$\frac{\partial}{\partial z} E(z, T) = i \sum_{k=2}^{\infty} \frac{i^k}{k!} \beta_k \frac{\partial^k}{\partial T^k} E(z, T) \quad (2.5)$$

im mitbewegten Bezugssystem mit  $T = t - \beta_1 z$ . Sind die Startimpulse Fourierlimitiert, bewirkt die Dispersion eine Verbreiterung der Impulse und eine Krümmung der zeitlichen Phase. In anderen Fällen kann die Dispersion auch zu einer zeitlichen Fokussierung der Impulse führen. Wirkt nur die GVD ( $k = 2$  in Gl.(2.5)), lässt sich die Impulsform am Ort  $z$  für einige wenige Fälle analytisch angeben. Die am häufigsten betrachteten Impulsformen sind Gauß-Impulse und Impulse mit der Form eines sekans hyperbolicus (im Folgenden auch als Sech-Impuls bezeichnet). Allein bei einem Gauß-Impuls ändern sich nur die Impulsparameter (Dauer  $T_0$ , Spitzenleistung  $P_0$ ) sowie die Phasenfunktion, die Gauß-Form bleibt erhalten. Ein Sech-Impuls dagegen wird wie alle anderen möglichen Startimpulse in seiner qualitativen Form verändert. Weitere Details zur dispersiven Ausbreitung von Sech-Impulsen finden sich in Anhang C.

Eine charakteristische Länge, die die Wirksamkeit der Dispersion beschreibt, ist die Dispersionslänge  $L_D$ . Diese ist bezogen auf die Impulsdauer und damit auf die spezifische Form des Impulses. Die Dispersionslänge für die GVD und respektive für die TOD ist gegeben durch [96]

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad , \quad L_{TOD} = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (2.6)$$

<sup>2</sup> engl.: group velocity dispersion

<sup>3</sup> engl.: third order dispersion

## 2.2 NICHTLINEARE EFFEKTE IN GLASFASERN

Die Ausbreitung von ultrakurzen Impulsen in Einmoden-Glasfasern bedeutet auf Grund des geringen Kerndurchmessers eine starke Fokussierung auf einer langen Strecke. Es treten hohe Feldstärken auf, die eine nichtlineare Polarisierung [95]

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \left[ \tilde{\chi}^{(1)} \mathbf{E} + \{\tilde{\chi}^{(2)} \mathbf{E}\} \mathbf{E} + \{\{\tilde{\chi}^{(3)} \mathbf{E}\} \mathbf{E}\} \mathbf{E} + \dots \right] \quad (2.7)$$

des Mediums induzieren. Die Suszeptibilitäten  $\chi^{(n)}$  sind Tensoren  $(n+1)$ -ter Ordnung. Der  $\chi^{(2)}$ -Term ist z.B. Grundlage der Summen- und Differenzfrequenzgeneration. Dieser Prozess ist eine wesentliche Grundlage zur Erzeugung von Korrelationssignalen bei Messmethoden zur Charakterisierung ultrakurzer Impulse, wie z.B. SHG-FROG<sup>4</sup> [142, 143, 141].

Die Inversionssymmetrie des Silikatglases bedingt jedoch, dass erst der  $\chi^{(3)}$ -Term Nichtlinearitäten in Glasfasern bewirkt. Auf Grund dieses Beitrages werden eine ganze Reihe von nichtlinearen Effekten hervorgerufen. Dazu zählen die Selbstphasenmodulation (SPM<sup>5</sup>) und die Kreuzphasenmodulation (XPM<sup>6</sup>). Aber auch parametrische Prozesse, die auf Phasenanpassung beruhen, wie die Vierwellenmischung (FWM<sup>7</sup>) und als Sonderfall die parametrische Verstärkung (entartete FWM), gehören dazu. Diese Effekte können sich ebenfalls gegenseitig beeinflussen, was z.B. im Falle der FWM im Zusammenspiel mit einer SPM-induzierten Phasenanpassung zur sogenannten Modulationsinstabilität (MI<sup>8</sup>) führt. Wirken lineare (GVD) und nichtlineare Prozesse (SPM) zusammen, können sich formstabile Impulse, die sogenannten *Solitonen*, ausbilden. Diese Solitonen sind Grundlage dieser Arbeit.

Der für die weitere Betrachtung wichtigste Beitrag ist der optische Kerr-Effekt, bei dem der Brechungsindex  $n(\omega)$  zusätzlich intensitätsabhängig wird:

$$n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_2 |E|^2 \quad (2.8)$$

$n_2$  wird als nichtlinearer Brechungsindex bezeichnet und wird in der Literatur mit Werten von  $\approx 10^{-22} \text{ m}^2 \text{ V}^{-2}$  angegeben [96]. Der intensitätsabhängige Brechungsindex  $n(\omega, |E|^2)$  erzeugt in der Impulsmitte eine stärkere Verzögerung der Phasengeschwindigkeit als an den Flanken. Die Impulseinhüllende verändert sich nicht, jedoch ändert sich die zeitliche Phase entsprechend des Intensitätsprofils. Dies wird als Selbstphasenmodulation bezeichnet und für die nichtlineare Phasenentwicklung  $\Phi_{\text{NL}}(z, t)$  gilt

$$\Phi_{\text{NL}}(t, z) = \gamma z |E(t, 0)|^2 \quad , \quad \gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} \quad (2.9)$$

mit der effektiven Modenfläche  $A_{\text{eff}}$ . Für die Selbstphasenmodulation wird eine charakteristische nichtlineare Länge definiert

$$L_{\text{NL}} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad , \quad (2.10)$$

4 engl.: Second Harmonic Generation - Frequency-Resolved Optical Gating

5 engl.: self phase modulation

6 engl.: cross phase modulation

7 engl.: four wave mixing

8 engl.: modulation instability



nach der das Spektrum des Impulses eine signifikante Änderung erfährt und die von der Spitzenleistung  $P_0$  des Impulses abhängt.

Während alle nichtlinearen Prozesse basierend auf  $\chi^{(3)}$  in (2.7) instantan und elastisch im Sinne des Energieaustauschs zwischen elektromagnetischem Feld und Medium wirken, gibt es eine weitere wichtige Klasse von nichtlinearen Effekten. Diese basiert auf der zeitverzögerten inelastischen Streuung von Photonen im nichtlinearen Medium unter Anregung von optischen bzw. akustischen Phononen. Dementsprechend unterscheidet man zwischen stimulierter Raman-Streuung (SRS) und stimulierter Brillouin-Streuung (SBS). Der für diese Arbeit wichtige Beitrag ist die SRS, bei der die Photonen des Feldes während des Streuprozesses Energie verlieren und rotverschoben werden. Bei Intensitäten, wie sie in Glasfasern auftreten, ist die Verstärkung größer als die Dämpfung. Das Verstärkungsprofil der SRS ist bei Abweichung von der Mittenfrequenz mit  $\approx 30$  THz relativ breit und steigt näherungsweise linear bis zum Maximum bei 13 THz [132, 81]. Daher ist der Effekt besonders wichtig bei ultrakurzen Pulsen mit einem entsprechend breiten Spektrum, wie z.B. Solitonen mit Impulsdauern im fs-Bereich. Bei diesen werden innerhalb des Solitonenspektrums längerwellige spektrale Anteile erzeugt, die zu einer linearen Rotverschiebung der Solitonemittenfrequenz während der Ausbreitung führen. Diesen Effekt bezeichnet man auch als Raman-Selbstfrequenzverschiebung (RSFS<sup>9</sup>) der Solitonen. Dieser Effekt wurde zuerst von Mitschke et al. im Experiment beobachtet [97] und von J. P. Gordon theoretisch analysiert [55].

Für die Beschreibung der Impulsausbreitung unter Einfluss des Raman-Effekts wird im Allgemeinen eine sogenannte Raman-Responsefunktion  $h_R(t)$  benutzt. Ausführliche Details dazu finden sich in [27, 81, 6]. Für Impulse mit Impulsdauern  $> 100$  fs, deren spektrale Breite innerhalb des linearen Raman-Verstärkungsprofils liegt, genügt für die Beschreibung der Impulsentwicklung ein vereinfachter linearer Ansatz des Raman-Effekts mit der Raman-Zeitkonstante  $T_R$  [7].

Die Ausbreitung von optischen Impulsen unter Einfluss der Selbstphasenmodulation und des Raman-Effekts wird in dieser vereinfachten Form beschrieben durch [6]

$$\frac{\partial}{\partial z} E(z, t) = i\gamma \left[ |E(z, t)|^2 - T_R \frac{\partial}{\partial t} |E(z, t)|^2 \right] E(z, t) \quad . \quad (2.11)$$

Die Raman-Zeitkonstante wird in der Literatur [22, 77, 6] mit Werten in der Größenordnung  $T_R = 2 \dots 5$  fs angegeben.

## 2.3 NICHTLINEARE SCHRÖDINGERGLEICHUNG, GENERALISIERUNGEN UND NORMIERUNG

Die nichtlineare Schrödinger-Gleichung (NLSE<sup>10</sup>) beschreibt die Ausbreitung von Lichtimpulsen unter Einfluss der linearen Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD) und der nichtlinearen Selbstphasenmodulation (SPM). Der Name der Gleichung entstammt der formalen Ähnlichkeit zur Schrödinger-Gleichung

<sup>9</sup> engl.: Raman self-frequency shift

<sup>10</sup> engl.: nonlinear Schrödinger equation



der Quantenmechanik. Mit (2.5) und (2.11) sowie der komplexen Einhüllenden  $U = U(z, T)$  des Impulses hat die NLSE die Form [6]

$$\frac{\partial}{\partial z} U = -i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} U + i\gamma |U|^2 U \quad (2.12)$$

im mit der Gruppengeschwindigkeit mitbewegten Bezugssystem. Diese Gleichung ist integrabel, es existieren formstabile Lösungen, die als Solitonen bekannt sind [62, 100]. Werden weitere lineare oder nichtlineare Effekte betrachtet, muss (2.12) um die entsprechenden Terme erweitert werden. Diese Gleichung wird dann i.A. generalisierte Schrödingergleichung (GNLSE<sup>11</sup>) [117] genannt. Die GNLSE, die im experimentellen Teil dieser Arbeit eine Rolle spielt, ergibt sich mit (2.2), (2.5) und (2.11) zu

$$\frac{\partial}{\partial z} U = i \sum_{k \geq 2} \frac{i^k}{k!} \beta_k \frac{\partial^k}{\partial T^k} U - \frac{\alpha}{2} U + i\gamma |U|^2 U - i\gamma T_R \frac{\partial |U|^2}{\partial T} U \quad (2.13)$$

Die GNLSE ist nicht mehr integrabel, da die Energieerhaltung der Impulse nicht mehr gegeben ist. Solitonen können in diesen Systemen jedoch trotzdem auf endlichen Strecken existieren, wenn die Störeffekte (Dämpfung, Dispersion höherer Ordnung, Raman-Verschiebung) in ihrer Wirkung klein gegenüber GVD und SPM sind.

Abhängig vom Vorzeichen des GVD-Parameters  $\beta_2$  sind im Bereich  $\beta_2 > 0$  dunkle und graue Solitonen bekannt [96], bei anomaler Dispersion mit  $\beta_2 < 0$  existieren helle Solitonen [6, 96]. Wichtig für diese Arbeit sind nur die hellen Solitonen als Lösungen der nichtlinearen Schrödingergleichung (2.12) mit der Form

$$U(z, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{z}{2L_D}\right) \quad (2.14)$$

Für diese Solitonen gilt

$$L_D = L_{NL} \rightarrow T_0^2 P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma} = \text{const.} \quad (2.15)$$

Die Impulsparameter sind also an die Faserparameter gekoppelt. Zur mathematisch einfacheren Behandlung der NLSE ist eine Normierung von Vorteil, die auf der Solitonenlösung (2.14) basiert. Die Normierung wird wie folgt durchgeführt:

- Zeitkoordinate:  $\tau = T/T_0$  (Normierung auf Impulsdauer des Solitons)
- Ortskoordinate:  $\xi = z/L_D$  (Normierung auf Dispersionslänge des Solitons)
- Impulsskalierung:  $u = U/\sqrt{P_0}$

In der normierten Variante lautet dann die NLSE

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{D_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0 \quad (2.16)$$

mit dem normierten GVD-Parameter  $D_2 = \pm 1$  für anomale bzw. normale Dispersion.

<sup>11</sup> engl.: generalized nonlinear Schrödinger equation

## 2.4 ANALYTISCHE LÖSUNGEN DER NLSE

Die NLSE besitzt verschiedene Eigenfunktionen bzw. Lösungen, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden sollen. Zum Auffinden formstabiler Lösungen bietet sich die Betrachtung der simultanen Phasenentwicklung durch GVD und SPM an. Die Entwicklung eines Impulses  $u(\xi, \tau) = |u(\xi, \tau)| \exp[i\Phi(\xi, \tau)]$  lässt sich unter Annahme eines konstanten Feldbetrages  $|u(\tau)|$  ausdrücken durch

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial |u|}{\partial \xi} \exp(i\Phi) + i|u| \exp(i\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = iu \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} . \quad (2.17)$$

Nach einer Ausbreitungsstrecke  $\xi$  lässt sich der durch die Phasenentwicklung geänderte Impuls ausdrücken durch

$$u(\xi, \tau) = \underbrace{u(0, \tau) \exp\left(-\Im\left[\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}\right] \xi\right)}_{|u(\xi, \tau)|} \underbrace{\exp\left(i\Re\left[\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}\right] \xi\right)}_{\exp(i\Phi(\xi, \tau))} . \quad (2.18)$$

Im Allgemeinen wird dadurch sowohl die Amplitude  $|u(\xi, \tau)|$  als auch die Phase  $\Phi(\xi, \tau)$  verändert. Die Phasenänderung  $\partial\Phi(\tau)/\partial\xi$  im Zeitbereich auf Grund der Kerr-Nichtlinearität ist immer real und somit wird nur die zeitliche Phase proportional zum Betragsquadrat des Impulses modifiziert

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = i|u|^2 u \Rightarrow \partial\Phi_{\text{SPM}} = |u|^2 \partial\xi. \quad (2.19)$$

Der dispersive Term kann sowohl einen realen als auch einen imaginären Anteil besitzen und damit den zeitlichen Impuls in der Phase und zusätzlich in der Amplitude ändern

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = i\frac{D_2}{2u} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} u \Rightarrow \partial\Phi_{\text{GVD}} = \left[\frac{D_2}{2u} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}\right] \partial\xi . \quad (2.20)$$

Für die Phasenentwicklung gilt dann unter simultaner Wirkung beider Effekte

$$\partial\Phi = \left[|u|^2 + \frac{D_2}{2u} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}\right] \partial\xi . \quad (2.21)$$

## 2.4.1 Dauerstrichsignal

Physikalisch uninteressant ist die offensichtliche Lösung der Form  $u(\xi, \tau) = 0$ . Eine weitere nicht ganz so triviale Lösung ist die Dauerstrich-Lösung. Mit dem Ansatz  $u(0, \tau) = 1$  folgt aus den Gleichungen (2.18) und (2.21)

$$u(\xi, \tau) = \exp(i\xi + i\varphi_0) \quad (2.22)$$

mit dem konstanten Startoffset  $\varphi_0$  der zeitlichen Phase. Bei dieser Lösung trägt offensichtlich allein die SPM zur Phasenentwicklung des Dauerstrich-Untergrundes bei. Für  $D_2 = -1$  (normale Dispersion) ist (2.22) stabil. Bei  $D_2 = +1$  (anomale Dispersion) und Vorhandensein eines Rauschuntergrundes tritt der parametrische Effekt der Modulationsinstabilität (MI) auf [15, 134,

46]. Die MI ist wesentliche Grundlage bei der Superkontinuumserzeugung aus Quasi-cw-Impulsen [1, 36]. Aus dem Dauerstrichsignal können kleinste Störungen exponentiell anwachsen und es können sich Impulsketten mit z.T. ultrakurzen Solitonen bilden, für die dann nichtlineare Effekte, wie z.B. der Raman-Effekt wichtig werden. In diese Kategorie der Instabilität der NLSE fallen auch der Akhmediev-Breather [10, 46] und seine Sonderform, das Peregrine-Soliton [114, 76]. Detaillierte Ausführungen zur Modulationsinstabilität und dem Akhmediev-Breather finden sich im Anhang A.

### 2.4.2 Das fundamentale Soliton

Eine besondere Lösung ist im Falle anomaler Dispersion ( $D_2 = +1$ ) das sogenannte *fundamentale* Soliton, das bereits in der dimensionsbehafteten Variante (2.14) vorgestellt wurde. Die Normierung der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (2.16) basiert auf den Kenngrößen dieser Lösung. Dieses Soliton ist ein stabiles Wellenpaket, das während der Ausbreitung nur eine Entwicklung des Phasenoffsets aufweist. Um dies zu zeigen, wird ein Ansatz der Form  $u(\tau) = \text{sech}(\tau)$  gewählt. Für die nichtlineare (SPM) und lineare (GVD) Phasenentwicklung ergibt sich unter Ausnutzung von (2.19) und (2.20)

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \Phi_{\text{SPM}} = \text{sech}^2(\tau) \quad , \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \Phi_{\text{GVD}} = \frac{1}{2} - \text{sech}^2(\tau) \quad . \quad (2.23)$$

In der Summe ergibt sich eine lineare Entwicklung der absoluten Phase von  $\partial \Phi_{\text{SPM}} / \partial \xi = 1/2$  (entsprechend 0,5 rad/ $L_D$ ). Dies führt auf die Lösung des fundamentalen Solitons in der Form:

$$u(\xi, \tau) = u(0, \tau) \exp \left( i \Re \left[ \frac{\partial (\Phi_{\text{GVD}} + \Phi_{\text{SPM}})}{\partial \xi} \right] \xi \right) \quad , \quad (2.24)$$

$$u(\xi, \tau) = \text{sech}(\tau) \exp \left( i \frac{\xi}{2} \right) \quad . \quad (2.25)$$

Dispersive und nichtlineare Effekte heben sich beim fundamentalen Soliton exakt auf. Es resultiert nur eine absolute Phasenentwicklung während der Ausbreitung. Die absolute Phase rotiert dabei halb so schnell wie der korrespondierende Dauerstrichuntergrund (2.22) mit der gleichen Spitzenleistung. In Abb. 1(a) ist der Realteil und in Abb. 1(b) der Imaginärteil der nichtlinearen (SPM) und der dispersiven (GVD) Phasenentwicklung dargestellt. Die nichtlineare Phasenentwicklung entspricht dem Intensitätsprofil des fundamentalen Solitons. Ein verschwindender Imaginärteil ist notwendig für die Gültigkeit von (2.17) und damit für eine formstabile Lösung im mitbewegten Bezugssystem.

Gleichung (2.25) beschreibt das Norm-Soliton im normierten System mit der Energie

$$E_{\text{Sol}} = \int_{-\infty}^{\infty} u u^* d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \text{sech}^2(\tau) d\tau = 2 \quad . \quad (2.26)$$

Mit einem Skalierungsfaktor  $\eta$  lässt sich jedes fundamentale Soliton mit beliebiger Energie im System mit dem Ansatz  $u(\xi, \tau) = \eta \text{sech}(\eta\tau)$  ausdrücken.

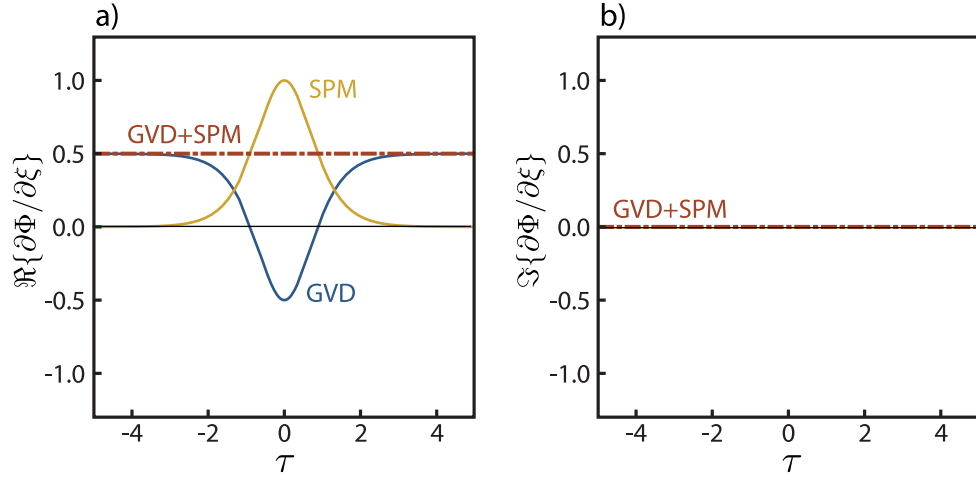


Abbildung 1.: Realteil (links) und Imaginärteil (rechts) der Phasenentwicklung  $\partial\Phi/\partial z$  des fundamentalen NLSE-Solitons. Rot gestrichelt: resultierende Phasenentwicklung; Gelb: Phasenentwicklung durch SPM (entspricht dem Intensitätsprofil); Blau: dispersive Phasenentwicklung.

Für die Energie gilt dann  $E_{\text{Sol}}(\eta) = 2\eta$ . Der Faktor  $\eta = 1$  entspricht der Norm-Energie des fundamentalen Solitons. Weiterhin entspricht jede Änderung des betrachteten Bezugssystems einer Mittenfrequenz-Verschiebung  $\langle\Omega\rangle = \langle\omega_{\Delta}\rangle T_0$  des Solitons. Mit einer zeitlichen Startverschiebung  $\tau_0$  und einer Startphase  $\varphi_0$  lässt sich das fundamentale Soliton in der allgemeinen Form angeben:

$$u(\xi, \tau) = \eta \operatorname{sech}\left[\eta\left\{(\tau - \tau_0) - \langle\Omega\rangle \xi\right\}\right] \quad (2.27)$$

$$\times \exp\left[i\frac{\eta^2}{2}\xi - i\langle\Omega\rangle\left\{(\tau - \tau_0) - \frac{1}{2}\langle\Omega\rangle \xi\right\} + i\varphi_0\right] . \quad (2.28)$$

In dieser Gleichung sind die vier unabhängigen Kenngrößen des fundamentalen Solitons enthalten, von denen zwei Erhaltungsgrößen sind: Energie  $2\eta$  (Erhaltungsgröße), Geschwindigkeit  $\langle\Omega\rangle$  (Erhaltungsgröße), Ort des Startimpulses  $\tau_0$  und Phase des Startimpulses  $\varphi_0$ . Solitonen weisen Fermionencharakter auf, d.h. es kann keine zwei Solitonen mit identischen Kenngrößen geben [6].

#### 2.4.3 Solitonen höherer Ordnung

Bezogen auf das Normsoliton ( $\eta = 1$ ) bezeichnet man Impulse der Startform

$$u(0, \tau) = N \operatorname{sech}(\tau) \quad , \quad N \geq 2, N \in \mathbb{N} \quad (2.29)$$

als Solitonen höherer Ordnung. Während dieser Startimpuls formal eine Superposition aus  $N$  Solitonen ist, so entspricht die Ausbreitung natürlich nicht der Superposition am Ort  $\xi$ . Die beteiligten  $N$  Solitonen besitzen die gleiche Position, Geschwindigkeit und Phase, spalten jedoch in ihrer Energie auf. Die Energieeigenwerte sowie die analytische Lösung für das  $N = 2$  und  $N = 3$

Soliton können mittels inverser Streutransformation (IST<sup>12</sup>) gefunden werden [152, 2, 28]<sup>13</sup>. Die analytische Lösung des  $N = 2$  Solitons lautet [41]

$$u(\xi, \tau) = 4 \frac{\cosh(3\tau) + 3\cosh(\tau) \exp(i4\xi)}{\cosh(4\tau) + 4\cosh(2\tau) + 3\cos(4\xi)} \exp\left(i\frac{1}{2}\xi\right) . \quad (2.30)$$

Die Lösung des  $N = 3$  Solitons findet sich in [122]. Die Gesamtenergie des Impulses ist  $E_N = N^2 E_{\text{Sol}}$ . Die Energie des  $i$ -ten Solitons  $S_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) beträgt  $E_i = (2i - 1)E_{\text{Sol}} = \tilde{\eta}_i E_{\text{Sol}}$ .

Die Energieeigenwerte  $\tilde{\eta}$  aus der IST bestimmen die Phasenentwicklung der einzelnen Solitonen. Beträgt die Phasendifferenz zwischen allen Kombinationen der beteiligten Solitonen nach einer Strecke  $\xi_{\text{Sol}}$  ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$ , dann reproduziert sich der Startimpuls (2.29). Für zwei beliebige Solitonen  $S_i$  und  $S_{i+k}$  ergibt sich nach (2.28)  $\Delta\Phi = 2\pi = \tilde{\eta}_{i+k}^2 \xi_{\text{Sol}}/2 - \tilde{\eta}_i^2 \xi_{\text{Sol}}/2$  und damit  $\xi_{\text{Sol}} = \pi/2k(i + (k-1)/2)$ . Das energieärmste Soliton ( $i = 1$ ) bestimmt die Entfernung, nach der sich der Ausgangsimpuls reproduziert. Es gilt allgemein

$$\xi_{\text{Sol}} = \frac{\pi}{2} , \quad u(\xi + \xi_{\text{Sol}}, \tau) = u(\xi, \tau) \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) . \quad (2.31)$$

Nach einer Ausbreitungsstrecke  $\xi = 8\xi_{\text{Sol}}$  hat sich die absolute Phase um  $2\pi$  entwickelt und es gilt  $u(\xi + 8\xi_{\text{Sol}}, \tau) = u(\xi, \tau)$ .

Die Entwicklungen der Feldamplitude  $|u(\xi, \tau)|$  und der zeitlichen Phasenfunktionen  $\Phi(\xi, \tau)$  der  $N = 1 \dots 4$  Solitonen über eine Solitonenperiode  $\xi_{\text{Sol}}$  sind in Abb. 2 dargestellt. Die Fälle  $N = 1 \dots 3$  (bräunlich eingefärbte Feldamplituden) entstammen den analytischen Lösungen, das  $N = 4$ -Soliton (blaue Feldamplitude) wurde numerisch berechnet<sup>14</sup>.

Es ist festzuhalten, dass sich die Phase aller Solitonen höherer Ordnung in den Flanken mit dem gleichen Faktor  $\xi/2$  wie beim Fundamentalsoliton entwickelt. Im Kern der Impulse treten Interferenzspitzen auf, deren gesamte Anzahl  $(N-1)^2$  beträgt. Nach einer Strecke von  $\xi = \xi_{\text{Sol}}/2$  treten zeitliche Impulszüge mit  $N-1$  Impulsen auf. Je höher die Ordnung des Solitons ist, desto höher ist die erste auftretende Interferenzspitze. Wichtig ist dies z.B. bei der Superkontinuumserzeugung durch das sogenannte 'soliton fission' [68, 64].

Werden Impulse  $u(0, \tau) = M \operatorname{sech}(\tau)$ ,  $M \in \mathbb{R}$  als Startimpulse verwendet, bilden sich ebenfalls Solitonen aus. Durch Abstrahlung dispersiver Wellen entstehen Solitonen der Ordnung  $N$  im Bereich  $M \in (N - \frac{1}{2}, N + \frac{1}{2})$ . Die Energie des Ausgangsimpulses beträgt  $E_0 = 2M^2$  und mit  $M = N \pm \Delta$  folgt  $= 2(N^2 \pm 2N\Delta) + 2\Delta^2$ . Nach Abstrahlung dispersiver Wellen mit der Energie  $E_{\text{rad}} = 2\Delta^2 = \Delta^2 E_{\text{Sol}}$  kommt es zur Ausbildung eines Solitons der Form  $u(0, \tau) = N\eta' \operatorname{sech}(\eta'\tau)$ . Dabei ist  $\eta' = 1 \pm 2\Delta/N$  der Skalierungsparameter des ausgebildeten Solitons. Beispielsweise gilt für das  $N = 1$  Soliton der mögliche Bereich  $0 < \eta' < 2$ , für das  $N = 10$  Soliton jedoch nur noch  $0,9 < \eta' < 1,1$ . Bei sehr großen  $N$  ist die Abstrahlung im Vergleich zur Gesamtenergie sehr gering.

<sup>12</sup> engl.: invers scattering transform

<sup>13</sup> Analytische Lösungen für  $N > 3$  Solitonen sind bis jetzt nicht veröffentlicht worden, ihre Existenz wird jedoch vermutet [122].

<sup>14</sup> Numerische Simulationen, die in dieser Arbeit vorgestellt werden, wurden entweder mittels eines in *Mathematica* [90] implementierten symmetrisierten Split-Step-Algorithmus' [6] oder mit dem von Haldor Hartwig entwickelten und in [59] vorgestellten Programm *propulse* durchgeführt.

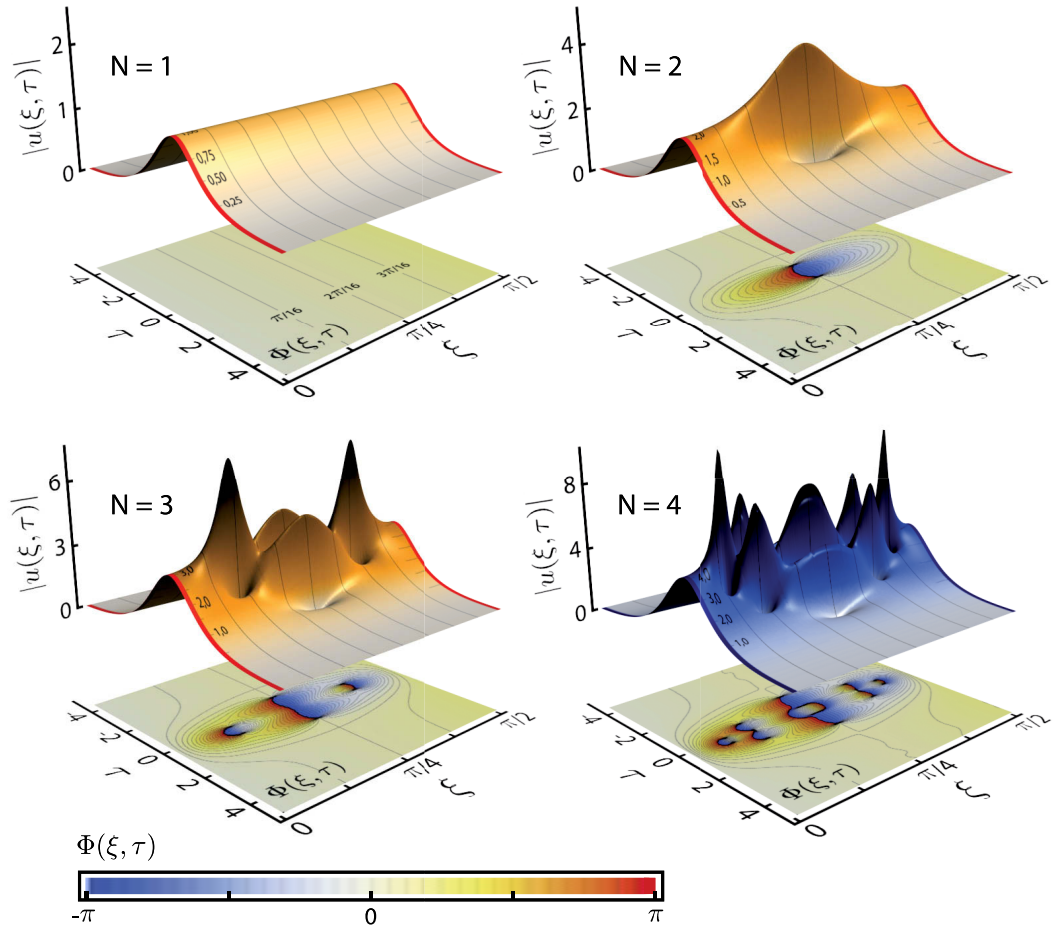


Abbildung 2.: Entwicklung der Feldamplitude  $|u(\xi, \tau)|$  und der zeitlichen Phasenfunktion  $\Phi(\xi, \tau)$  über eine Solitonperiode  $\xi_{\text{Sol}} = \pi/2$  des Fundamentalsolitons ( $N = 1$ ) und der ersten drei höheren Solitonen ( $N = 2 \dots 4$ ).

Für das fundamentale Soliton mit  $N = 1, \Delta \rightarrow -0,5$  geht die Breite des Solitons gegen  $\infty$  und die Spitzenleistung gegen null.

#### 2.4.4 Breather

Der sogenannte Breather besteht aus zwei fundamentalen Solitonen mit gleicher Phase, gleicher Geschwindigkeit und einem von null verschiedenen Abstand  $\sigma$ , die während der Ausbreitung periodisch kollidieren bzw. oszillieren. Der Startimpuls hat die Form

$$u(0, \tau) = \text{sech}\left(\tau - \frac{\sigma}{2}\right) + \text{sech}\left(\tau + \frac{\sigma}{2}\right) \quad . \quad (2.32)$$

Im Grenzfall  $\sigma \rightarrow 0$  geht der Breather in das  $N = 2$  Soliton über. Die Gesamtenergie ist abhängig von  $\sigma$  und ergibt sich zu

$$E_{\text{br}} = \int_{-\infty}^{\infty} uu^* \, d\tau = 4 + \frac{8\sigma}{e^{\sigma} - e^{-\sigma}} = 2 \left(1 + \frac{\sigma}{\sinh(\sigma)}\right) E_{\text{Sol}} \quad . \quad (2.33)$$



Die konstruktive Interferenz beider Solitonen bestimmt die Energiezunahme des Doppelimpulses bezüglich der Energie zweier Einzelsolitonen. Auch hier teilt sich die Gesamtenergie nicht zu gleichen Teilen auf die Solitonen auf, sondern die Energieaufspaltung ist ebenfalls abhängig von  $\sigma$ . In sehr guter Näherung zu den exakten Werten aus der IST lassen sich die Energieeigenwerte  $\tilde{\eta}_i$  angeben durch [47]

$$\tilde{\eta}_{1,2} = \frac{E_{\text{br}}}{2E_{\text{Sol}}} \mp \text{sech}\left(\frac{\sigma}{2}\right) = 1 + \frac{\sigma}{\sinh(\sigma)} \mp \text{sech}\left(\frac{\sigma}{2}\right) \quad (2.34)$$

mit den Grenzfällen  $\tilde{\eta}_1 = 1, \tilde{\eta}_2 = 3$  für  $\sigma \rightarrow 0$  und  $\tilde{\eta}_1 = 1, \tilde{\eta}_2 = 1$  für  $\sigma \rightarrow \infty$ . Die Energieaufspaltung verschwindet also nur für den pathologischen Fall unendlichen Abstands. Mit diesen Eigenwerten  $\tilde{\eta}_{1,2}$  lässt sich der Breather analytisch beschreiben

$$u(\xi, \tau) = G [\tilde{\eta}_1 \text{sech}(a_1) \exp(i\varphi_1) + \tilde{\eta}_2 \text{sech}(a_2) \exp(i\varphi_2)] \quad , \quad (2.35)$$

mit

$$\begin{aligned} G = & (\tilde{\eta}_2^2 - \tilde{\eta}_1^2) [\tilde{\eta}_1^2 + \tilde{\eta}_2^2 - 2\tilde{\eta}_1\tilde{\eta}_2 \\ & \times (\tanh(a_1)\tanh(a_2) - \text{sech}(a_1)\text{sech}(a_2) \cos(\varphi_2 - \varphi_1))]^{-1} \end{aligned} \quad (2.36)$$

und

$$a_{1,2} = \tilde{\eta}_{1,2} \left( \tau \mp \frac{\sigma}{2} \right) \quad , \quad \varphi_{1,2}(\xi) = \frac{1}{2} \tilde{\eta}_{1,2}^2 \xi \quad . \quad (2.37)$$

Gleichung (2.35) ist keine exakte Lösung der NLSE (außer für  $\sigma = 0, \pm\infty$ ), stellt jedoch eine sehr gute Näherung dar [47]. Die Oszillationsperiode lässt sich dann aus der Phasendifferenz der beteiligten Solitonen bestimmen. Mit  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi = \tilde{\eta}_1^2 \xi_{\text{Osz}}/2 - \eta_2^2 \xi_{\text{Osz}}/2$  ergibt sich

$$\xi_{\text{Osz}} = \frac{\pi \cosh(\sigma/2)}{1 + \sigma \text{csch}(\sigma)} \quad . \quad (2.38)$$

Für  $\sigma \rightarrow 0$  ist  $\xi_{\text{Osz}} = \xi_{\text{Sol}}$ . Die Strecke bis zur Kollision zweier Solitonen gleicher Geschwindigkeit ist dann  $\xi_{\text{Koll}} = \xi_{\text{Osz}}/2$ .

Der Breather ist ein Gleichgewichtszustand zweier identischer Solitonen, deren Oszillationsperiode durch die Energieaufspaltung bestimmt ist. Während es Solitonen höherer Ordnung mit beliebiger Solitonenanzahl  $N$  gibt, wurde bis jetzt kein Breather mit mehr als zwei beteiligten Solitonen gefunden. Impulsstrukturen mit drei oder mehr beteiligten Solitonen zerfallen nach einer gewissen Ausbreitungsstrecke in Einzelsolitonen. Mit verschiedenen Mittelungsalgorithmen wurde hier versucht, solche höheren Breather numerisch zu finden, jedoch ist keine der gefundenen Strukturen exakt periodisch, auch wenn sie über längere Strecken lokalisiert bleiben. Beispiele für einen gewöhnlichen Breather und eine mittels eines angepassten Nijhof-Algorithmus' [106] iterativ gefundene Dreier-Struktur sind in Abb. 3 dargestellt.

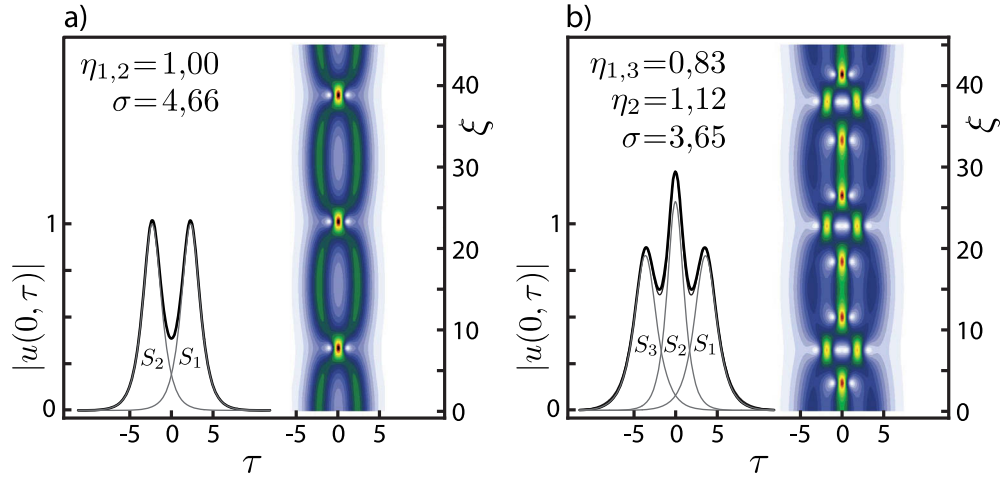


Abbildung 3.: Teilabb.(a): Feldamplitude des Breathers (schwarz) und der beteiligten Einzelbreather (grau) sowie die Ausbreitung über drei Oszillationsperioden; Teilabb.(b): identische Abbildung für einen iterativ gefundenen 'höheren Breather'.

#### 2.4.5 Unsymmetrische Solitonenpaare und Energietransfer

Im Vergleich zum (gebundenen) Breather führt eine relative Phase  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0$  zum Auseinanderbrechen des Verbunds. Die Solitonen erhalten nach einer gewissen Ausbreitungsstrecke eine Endgeschwindigkeit  $\langle \Omega \rangle_{1,2}$  im Referenzsystem. Weiterhin kommt es in den meisten Fällen zu Energieübertragungen zwischen den Solitonen. Diese Eigenschaft der Solitonenwechselwirkung ist wichtig für die Betrachtung von Solitonenpaaren unter Einfluss des Raman-Effekts (siehe Kapitel 4). Daher wird hier nun eine Formel hergeleitet, mit der die Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses und damit der Energieübertrag quantifiziert werden kann. Betrachten wir dazu ein Solitonenpaar der Form

$$u(0, \tau) = \eta_1 \text{sech}(\eta_1 \tau) + \eta_2 \text{sech}[\eta_2(\tau + \sigma)] \exp(i\varphi_{\text{rel}}) \quad , \quad (2.39)$$

bei dem das Spitzenleistungsverhältnis  $r = \eta_2^2/\eta_1^2$  variieren kann. Mit den Abkürzungen  $\tau_1 = \eta_1 \tau$ ,  $\tau_2 = \eta_2(\tau + \sigma)$  und  $M = \eta_1 \eta_2 \text{sech}(\tau_1) \text{sech}(\tau_2)$  ist das Leistungsprofil gegeben durch

$$|u|^2 = uu^* = \eta_1^2 \text{sech}^2(\tau_1) + \eta_2^2 \text{sech}^2(\tau_2) + 2M \cos \varphi_{\text{rel}} \quad . \quad (2.40)$$

Um zu berechnen, wie sich das Spitzenleistungsverhältnis  $r$  in Abhängigkeit von  $\varphi_{\text{rel}}$  entwickelt, betrachten wir den Imaginärteil der dispersiven Phasenentwicklung, der wie bereits erwähnt zu einer Änderung der Feldamplitude während der Ausbreitung führt. Mit (2.21) und (2.39) erhält man

$$\Im \left[ \frac{\partial \Phi_{\text{GVD}}}{\partial \xi} \right] = \frac{M}{uu^*} \sin \varphi_{\text{rel}} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \left[ \frac{\eta_i^2}{2} - \eta_i^2 \text{sech}^2(\tau_i) \right] \quad (2.41)$$

und

$$\Re \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right] = \frac{1}{uu^*} \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{\eta_i^2}{2} - \eta_i^2 \text{sech}^2(\tau_i) \right] \left[ \eta_i^2 \text{sech}^2(\tau_i) + M \cos \varphi_{\text{rel}} \right] \quad . \quad (2.42)$$



Offensichtlich verschwindet der Imaginärteil bei  $\eta_1 = 0$  oder  $\eta_2 = 0$  (nur ein Soliton im System) bzw. bei  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$ . Die Ausbreitung von gleichphasigen und gegenphasigen Solitonenpaaren bleibt im Fall  $\eta_1 = \eta_2$  symmetrisch bzw. erfolgt ohne Energieübertrag zwischen den Impulsen ( $dr/d\xi = 0$ ). Alle anderen Fälle führen zu einer Änderung von  $r$ . Das Feld  $u(\xi, \tau)$  nach einer kurzen Ausbreitungsstrecke  $\xi$  ist gegeben durch (2.18) und mit den für größere Abstände  $\sigma$  gültigen Näherungen  $|u(\xi, 0)|^2 \approx \eta_1^2(\xi)$  und  $|u(\xi, -\sigma)|^2 \approx \eta_2^2(\xi)$  lässt sich die Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses  $\partial r/\partial \xi = \partial(\eta_2^2/\eta_1^2)/\partial \xi$  berechnen aus

$$\frac{\partial}{\partial \xi} r(\varphi_{\text{rel}}, \sigma, \eta_1, \eta_2) = \frac{\eta_1 \eta_2 \sin(\varphi_{\text{rel}}) (B_1 + B_2)}{\left[ \eta_1^2 + 2\eta_1 \eta_2 \cos(\varphi_{\text{rel}}) \text{sech}(\eta_2 \sigma) + \eta_2^2 \text{sech}^2(\eta_2 \sigma) \right]^2} \quad (2.43)$$

mit

$$\begin{aligned} B_{1,2} &= \text{sech}(\eta_{1,2} \sigma) \left( \eta_{1,2}^2 + \eta_{2,1}^2 - 2\eta_{1,2}^2 \text{sech}^2(\eta_{1,2} \sigma) \right) \\ &\times \left[ \eta_{1,2}^2 + \eta_{2,1}^2 \text{sech}^2(\eta_{2,1} \sigma) + 2\eta_1 \eta_2 \text{sech}(\eta_{2,1} \sigma) \cos(\varphi_{\text{rel}}) \right]. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Für den Fall  $\eta_1 = \eta_2 = \eta$  (Solitonen gleicher Spitzenleistung) vereinfacht sich Gleichung (2.43) unter Vernachlässigung quadratischer Sech-Terme (gültig für  $\sigma > 4$ ) zu

$$\frac{\partial}{\partial \xi} r(\varphi_{\text{rel}}, \sigma) = \frac{4\eta^2 \sin(\varphi_{\text{rel}})}{2 \cos(\varphi_{\text{rel}}) + \cosh(\eta \sigma)} \quad (2.45)$$

Auf Grund der Symmetrie bei  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  und  $\eta_1 = \eta_2$  bleibt die relative Phase während der Ausbreitung des Impulspaars erhalten. Das Spitzenleistungsverhältnis  $r$  ändert sich nur bei relativen Phasen  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$ . Energie wird auf das Soliton übertragen, dessen Phase 'vorausleilt'. Dies bedeutet auch eine geänderte individuelle Phasendrehung der Solitonen und damit eine Entwicklung der relativen Phase. Die Vorhersagen aus Gleichung (2.43) sind für einige Werte von  $\sigma$  und  $r_0$  in Abb. 4(a) gezeigt. Punkte markieren Werte, die aus korrespondierenden numerischen Simulationen stammen. Relative Phasen im Bereich  $0 < \varphi_{\text{rel}} < \pi$  bedeuten, dass das zeitlich führende Soliton in der Phase vorausleilt und somit Energie auf dieses übertragen wird. Damit ist die Änderung  $\partial r/\partial \xi$  stets positiv in diesem Bereich. Im Bereich  $\pi < \varphi_{\text{rel}} < 2\pi$  ist die Situation genau umgekehrt. Das Maximum/Minimum von  $\partial r/\partial \xi$  findet sich für große Abstände an den Stellen  $\varphi_{\text{rel}} = \pi \pm \pi/2$  und verschiebt sich zunehmend Richtung  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  für kleiner werdende Abstände.

Abb. 4(b) zeigt beispielhaft die Änderung des Leistungsprofils eines Solitonenpaares nach Gleichung (2.18) mit  $r_0 = 0,6$ ;  $\sigma = 2$  mit einer relativen Eingangsphase von  $\varphi_{\text{rel}} = \pi/2$  (Energieübertrag auf das vordere Soliton) und  $\varphi_{\text{rel}} = 3\pi/2$  (Energieübertrag auf das hintere Soliton) nach einer Strecke  $\xi = 1/4$ .

In Abb. 5 sind zwei Beispiele ungleicher Solitonenpaare mit  $r_0 = 0,72$ ;  $\sigma = 4,66$  sowie  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi/2$  gezeigt, um die Auswirkung der relativen Phase zu verdeutlichen. In Abb. 5(a) ist der Startimpuls reell. Alle Überlagerungen der Form (2.39) mit  $\varphi_{\text{rel}} = 0$  führen zu einem gebundenen Zustand der beteiligten Solitonen. Die unsymmetrische Startform in Abb. 5(a) führt zu einer Entwicklung der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  auf Grund der unterschiedlichen Wellenzahlen  $\eta_1, \eta_2$

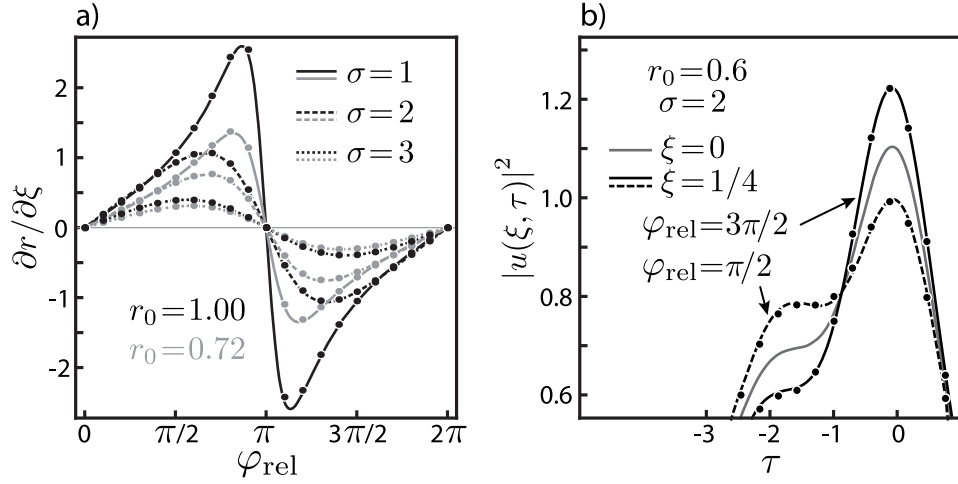


Abbildung 4.: Teilabb.(a): Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses  $r$  von Solitonenpaaren in Abhängigkeit von der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  nach Gleichung (2.43) für verschiedene Abstände  $\sigma$  und Eingangswerte  $r_0$ . Teilabb.(b): Änderung des Leistungsprofils eines Solitonenpaares nach Gleichung (2.18) mit den angegebenen Parametern. Punkte in beiden Abbildungen zeigen Ergebnisse aus korrespondierenden Simulationen.

der Solitonen mit daraus resultierendem Energieübertrag auf das nachlaufende Soliton. Durch die oszillierende Bewegung verringert sich der Abstand  $\sigma$ , wenn  $\varphi_{\text{rel}}(\xi) \rightarrow \pi$ ; damit wird nach Gl.(2.43) der Energieübertrag immer stärker. Bei  $\varphi_{\text{rel}}(\xi) = \pi$  ist die Asymmetrie dann maximal und der Prozess kehrt sich um bis  $\varphi_{\text{rel}}(\xi) = 0$ .

In Abb. 5(b) ist Soliton  $S_2$  führend in der Phase und Energie wird von  $S_1$  auf  $S_2$  übertragen bis  $\varphi(\xi) = \pi$ . Danach erfolgt kein kompletter Rückübertrag der Energie und die Solitonen entfernen sich durch die Verschiebung der individuellen Mittenfrequenzen  $\langle \Omega \rangle_{1,2}$ . Beispiel b) ist genau genommen ein Teil einer (nicht abstrahlungsfreien) Solitonenkollision. Die NLSE (2.16) ist invariant gegen Vorzeichenwechsel und lässt sich ebenso für  $\xi < 0$  berechnen. Dabei zeigt sich, dass zwei einlaufende Solitonen unterschiedlicher Geschwindigkeit und Energie während der Kollision des Startimpuls  $u(\xi = 0, \tau)$  bilden.

Wie bereits erwähnt lässt sich der Solitonengehalt eines beliebigen Startimpulses mittels IST bestimmen. Anwendbar ist diese Methode in integrierbaren Systemen, d.h.  $|u(0, \tau)| \rightarrow 0$  für  $\tau \rightarrow \pm\infty$  und  $\int_{-\infty}^{\infty} uu^* d\tau < \infty$ . Jeder Startimpuls setzt sich aus einem Solitonenanteil und dispersiven Wellen zusammen. Für den Grenzfall  $\xi \rightarrow \infty$  sind disperse Anteile abgestrahlt und nur die Solitonen bleiben übrig. Die Solitonen  $S_i$  entsprechen in der IST komplexen Eigenwerten  $\zeta_i$  der Form

$$\zeta_i = \frac{1}{2} \langle \Omega \rangle_i + i \frac{1}{2} \tilde{\eta}_i \quad (2.46)$$

mit den Erhaltungsgrößen Geschwindigkeit  $\langle \Omega \rangle$  (Mittenfrequenz) und Energie  $\tilde{\eta}$  (Wellenzahl) der Solitonen. Für reelle Startimpulse der Form (2.39) mit  $\varphi_{\text{rel}} = 0$  sind die Eigenwerte  $\zeta_1, \zeta_2$  rein imaginär und die Oszillationsperiode bestimmt sich aus  $\tilde{\eta}_1$  und  $\tilde{\eta}_2$ . In diesem Fall spricht man von Energieaufspaltung der

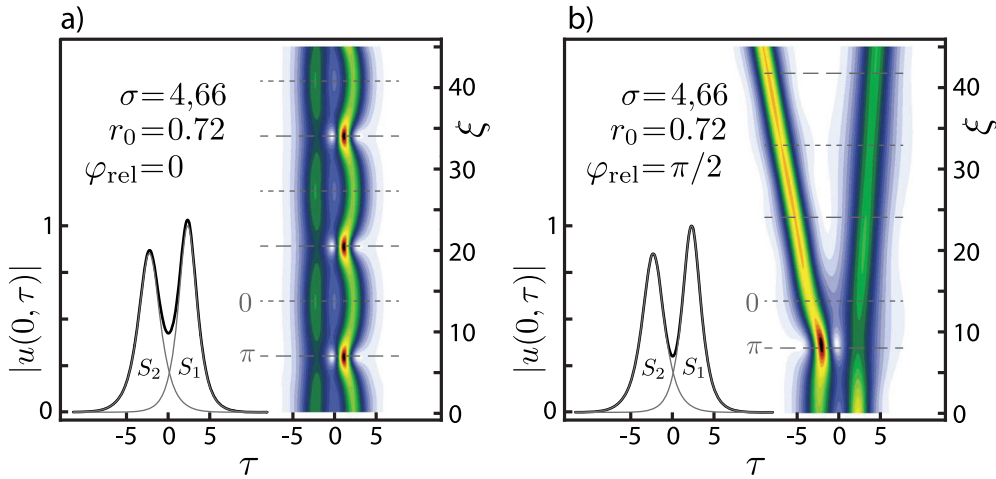


Abbildung 5.: Ausbreitung unsymmetrischer Solitonenpaare; Teilabb.(a): Reelle Überlagerungen zweier  $N = 1$  Solitonen bleiben gebunden. Teilabb.(b): Eine relative Phase  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0$  führt zum Auseinanderlaufen der Solitonen. Gestrichelte und gepunktete Linien geben die jeweilige Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  am Ort  $\xi$  an.

Solitonen. Für  $\sigma \rightarrow \infty$  gehen  $\tilde{\eta}_{1,2}$  in  $\eta_{1,2}$  über. Im Allgemeinen haben die Energieeigenwerte  $\tilde{\eta}_{1,2}$  der IST nichts mit den Energiewerten  $\eta_{1,2}$  der linear überlagerten Solitonen  $S_{1,2}$  des Startimpulses (2.39) zu tun. Die IST bestimmt die Energie der Solitonen aus der Oszillation während der Ausbreitung. Ist  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0$ , dann separieren die Solitonen für  $\xi \rightarrow \infty$  und man spricht von Frequenzaufspaltung der Solitonen. Für  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  sind die Solitonen-Eigenwerte  $\zeta_{1,2}$  real. Die Frequenzaufspaltung ist maximal, die Energieaufspaltung null.

Die IST kann den Solitonengehalt lokalisierter Startimpulse in der NLSE bestimmen, versagt jedoch bei nichtintegrablen Systemen, wie z.B. bei der Beschreibung von periodischen Impulzügen in der NLSE (siehe Anhang B), in der GNLSE sowie Systemen mit dispersionsalternierenden Glasfasern (siehe Abschnitt 2.6).

## 2.5 SOLITONEN IN DER GNLSE

Die generalisierte Schrödingergleichung (2.13) lautet in normierten Einheiten

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u + \frac{D_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u + |u|^2 u - \sum_{k \geq 3} \frac{i^k}{k!} D_k \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} u - \tau_R \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} u + i \frac{\alpha}{2} u = 0 \quad (2.47)$$

mit den Dispersionskoeffizienten  $D_k = -\beta_k/T_0^k$  und der normierten Raman-Zeitkonstante  $\tau_R = T_R/T_0$ . In dieser Gleichung sind die Dispersion höherer Ordnung, Dämpfung und der vereinfachte Raman-Term enthalten. Jeder dieser Effekte kann als Störung betrachtet werden, die die Ausbreitung eines Solitons beeinflusst. Dabei kommt es natürlich auf die Stärke der Störung an, ob das Soliton überlebt oder nicht. Die Ausbreitungslänge, auf der sich eine Störung bemerkbar macht, sollte deutlich größer als die dispersive bzw. nichtlineare Länge des Solitons sein.

Als Beispiele für solche Störungen der Solitonenausbreitung sollen hier der Einfluss der Dispersion dritter Ordnung (TOD) und der Raman-Selbstfrequenzverschiebung (RSFS) diskutiert werden. Die Phasenentwicklung des Solitons auf Grund der Dispersion dritter Ordnung ist mit (2.17) und (2.47) sowie  $u(\tau) = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau)$  gegeben durch

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \Phi_{\text{TOD}} = i \frac{D_3}{2u} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} u = i D_3 \eta^3 \tanh(\eta\tau) \left[ \operatorname{sech}^2(\eta\tau) - \frac{1}{6} \right] . \quad (2.48)$$

Die durch die TOD bedingte Phasenentwicklung ist rein imaginär. Damit bewirkt diese Störung im Zeitbereich eine Verzerrung der Impulsform. Abhängig vom Vorzeichen von  $D_3$  verschiebt sich das Impulsmaximum zur vorderen bzw. hinteren Flanke. Diese ständige Störung verschiebt kontinuierlich den Schwerpunkt des Solitons, welches sich dann im Referenzsystem mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt. Mit (2.18) lässt sich der zeitliche Feldebtrag nach einer kurzen Ausbreitungsstrecke  $\xi$  ausdrücken durch

$$|u(\xi, \tau)| = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau) \exp \left( -D_3 \eta^3 \tanh(\eta\tau) \left[ \operatorname{sech}^2(\eta\tau) - \frac{1}{6} \right] \xi \right) . \quad (2.49)$$

Damit lässt sich dann hier eine normierte Schwerpunktsverschiebung in der Form

$$\Delta \tau_{\text{TOD}}(\xi) = D_3 \xi \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \eta \tau \operatorname{sech}^2(\eta\tau) \exp \left( -2\eta^3 \tanh(\eta\tau) \left[ \operatorname{sech}^2(\eta\tau) - \frac{1}{6} \right] \right) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \eta \operatorname{sech}^2(\eta\tau) \exp \left( -2\eta^3 \tanh(\eta\tau) \left[ \operatorname{sech}^2(\eta\tau) - \frac{1}{6} \right] \right) d\tau} \quad (2.50)$$

angeben, die näherungsweise die zeitliche Verschiebung eines fundamentalen Solitons nach einer Strecke  $\xi$  angibt. In Abb. 6(a) ist die Ausbreitung eines  $N = 1$ -Solitons unter Einfluss der TOD mit  $D_3 = 0,3$  dargestellt. Mit Gleichung (2.50) beträgt der zeitliche Versatz des Solitons  $\Delta \tau_{\text{TOD}}(\xi = 45) = -2,24$ . Gleichung (2.50) ist anwendbar bis etwa  $|D_3| < 0,5$ . Bei stärkerer TOD ist die Störung zu groß, das Soliton strahlt zunächst dispersive Wellen ab (siehe Abb. 6(b)). Dies geschieht, bis sich ein schwächeres fundamentales Soliton bildet, das durch die geringere spektrale Breite weniger gestört wird. In Abb. 6(c) ist die Wirkung der TOD auf ein  $N = 2$ -Soliton dargestellt. Wie in Abschnitt 2.4.3 beschrieben, bestehen Solitonen höherer Ordnung nach der inversen Streutheorie aus mehreren beteiligten Solitonen. Diese bewegen sich in der NLSE mit der gleichen Geschwindigkeit. Wirkt eine Störung auf ein höheres Soliton, spaltet dieses in die einzelnen Solitonen unterschiedlicher Energie auf. Die Ausbreitung unter Einfluss der TOD ist zeitlich gespiegelt bei Vertauschung des Vorzeichens von  $D_3$ .

Der Einfluss des Raman-Effekts auf die Solitonenausbreitung im Zeitbereich ist in Abb. 6(d)-(f) dargestellt. Die fundamentalen Solitonen erfahren eine lineare Verschiebung des Spektrums zu kleineren Frequenzen. Die Raman-Verschiebung der Mittenfrequenz  $\Omega_R$  (ausführlich wird dies noch in Kapitel 4 behandelt) am Ort  $\xi$  wird bestimmt aus

$$\Omega_R(\xi) = -\frac{8}{15} \tau_R \eta^4 \xi . \quad (2.51)$$

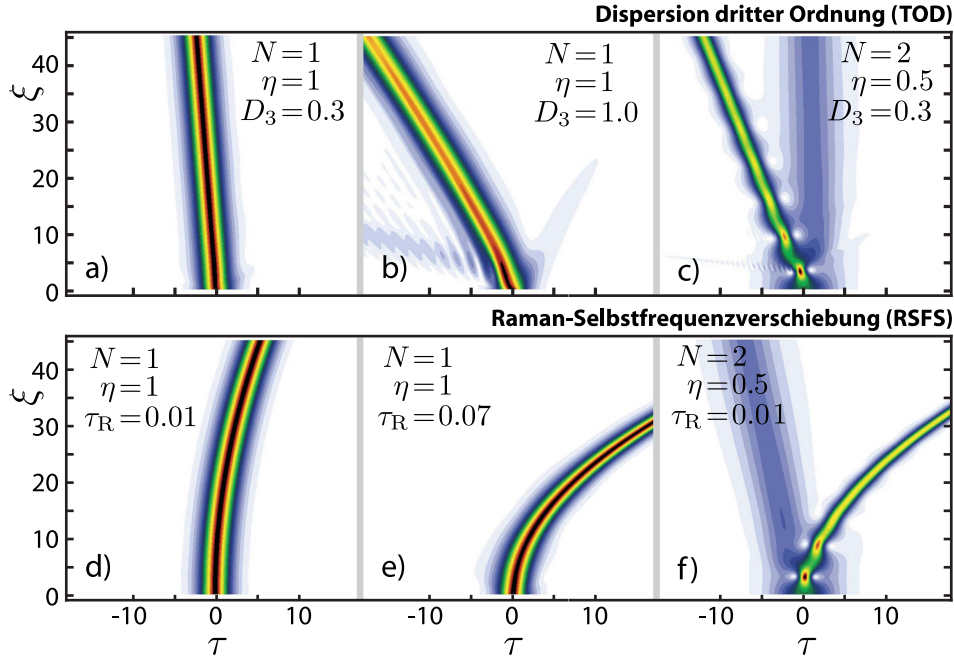


Abbildung 6.: Ausbreitung fundamentaler ( $N = 1$ ) und höherer ( $N = 2$ ) Solitonen unter Einfluss von Dispersion dritter Ordnung (TOD) und Raman-Selbstfrequenzverschiebung (RSFS). Die TOD bewirkt eine lineare Schwerpunktsverschiebung der fundamentalen Solitonen und ein Aufsplitten von höheren Solitonen. Die RSFS verursacht eine Beschleunigung der fundamentalen Solitonen und ebenfalls ein Auseinanderbrechen höherer Solitonen.

Dies bewirkt zusammen mit der anomalen Dispersion eine Beschleunigung der Solitonen im Referenzsystem. Die zeitliche Verschiebung  $\Delta\tau_{\text{RSFS}}(\xi)$  des fundamentalen Solitons ist gegeben durch

$$\Delta\tau_{\text{RSFS}}(\xi) = - \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_R(\xi) d\xi = \frac{8}{30} \tau_R \eta^4 \xi^2 \quad . \quad (2.52)$$

Für die Beispiele in Abb. 6(d) und (e) folgt daraus ein zeitlicher Versatz nach  $\xi = 45$  von  $\Delta\tau_{\text{RSFS}} = 5,4$  bzw.  $\Delta\tau_{\text{RSFS}} = 37,8$ . Abb. 6(f) zeigt die Wirkung der RSFS auf ein  $N = 2$ -Soliton. Auch der Raman-Effekt spaltet höhere Solitonen in fundamentale Einzelsolitonen auf [135]. Sobald die erste Interferenzspitze eines höheren Solitons auftritt, greift der Raman-Effekt an und beschleunigt das Soliton aus dem Verbund. Bei höheren Solitonen mit sehr großem  $N$  werden nacheinander fundamentale Solitonen mit abnehmender Spitzenleistung herausgebrochen. Dieser Effekt ist auch bekannt als *soliton fission* [135, 68, 64] und wird genutzt in der Superkontinuumserzeugung in photonischen Kristallfasern [115, 116].

## 2.6 DISPERSIONS-MANAGEMENT

Ein weiteres wichtiges Glasfaser-System gerade in Datenübertragungsstrecken ist das sogenannte Dispersions-Management. In der modernen Datenübertragung wird durch Wellenlängenmultiplex (WDM<sup>15</sup>) ein Parallelbetrieb auf vielen Wellenlängen realisiert. Dabei führt die Vier-Wellen-Mischung (FWM), die durch Übersprechen zwischen den Kanälen neue Frequenzen auf den benachbarten Kanälen erzeugt, zu Problemen. Ursache dafür ist die Phasenanpassung zwischen den Kanälen bei verschwindender bzw. kleiner Dispersion [61]. Das Dispersions-Management vermeidet diesen Effekt durch eine Faserstrecke mit alternierender Dispersion. Diese bestehen aus abwechselnden Segmenten von Standard-Singlemode-Fasern (SSMF<sup>16</sup>) und dispersionskompensierenden Fasern (DCF<sup>17</sup>). Damit wird eine hohe lokale Dispersion erzeugt, die die kritische Phasenanpassung verhindert. Im Mittel besitzt die Faser eine schwach anomale Dispersion. Fasern mit alternierender Dispersion werden im Folgenden DM-Fasern genannt. Die Impulsausbreitung in diesem Fall wird durch die dimensionsbehaftete DM-NLSE

$$\frac{\partial}{\partial z} U = -i \frac{1}{2} \beta_2(z) \frac{\partial^2}{\partial T^2} U + i \gamma(z) |U|^2 U \quad (2.53)$$

beschrieben. Die Faserparameter  $\beta_2(z)$  und  $\gamma(z)$  sind nicht mehr konstant, sondern entsprechen einer Rechteckfunktion. Dies ist für  $\beta_2$  in Abb. 7 zusammen mit den typischen Kenngrößen einer DM-Faser dargestellt. Eingeteilt werden DM-Fasern in Dispersionsperioden mit der Länge  $L_{\text{Map}} = L^+ + L^-$ .  $L^\pm$  sind die Längen der normal bzw. anomal dispersiven Fasersegmente. Die mittlere Dispersion der Übertragungsstrecke wird definiert durch

$$\bar{\beta}_2 = \frac{\beta_2^- L^- + \beta_2^+ L^+}{L^+ + L^-} \quad (2.54)$$

Eine charakteristische Größe zur Beschreibung der DM-Faser ist die Modulationsstärke oder auch Mapstärke  $S$ , die abhängig von den Faserparametern und der Eingangsimpulsdauer  $\tau_{\text{FWHM}}$  ist

$$S = \frac{|\beta_2^- - \bar{\beta}_2| L^- + |\beta_2^+ - \bar{\beta}_2| L^+}{\tau_{\text{FWHM}}^2} \quad (2.55)$$

Die Mapstärke  $S$  ist jedoch kein eindeutiger Skalierungsparameter. Eine mögliche Nichtlinearitätsmodulation wird ebenso vernachlässigt wie die Tatsache, dass die Impulsform von stationären<sup>18</sup> Impulsen mit der Mapstärke variiert. DM-Fasern mit unterschiedlichen Fasersegmentlängen können die gleiche Mapstärke besitzen. Qualitativ ist die Impulsausbreitung bei gleicher Mapstärke aber gut vergleichbar.

Maruta et al. benutzt in [89] ein Parametertriplett, das die Nichtlinearität berücksichtigt und die DM-Faser charakterisiert. Diese Methode zeigt eine

<sup>15</sup> engl.: wavelength division multiplex

<sup>16</sup> engl.: standard single mode fiber

<sup>17</sup> engl.: dispersion compensating fiber

<sup>18</sup> Als stationäre Impulse werden in dieser Arbeit solche Impulse bezeichnet, deren Impulsform nach jeder Dispersionsperiode wiederhergestellt wird.



deutlich bessere Skalierbarkeit, nutzt aber nach wie vor die Impulsdauer. Eine weitere Variante der Umskalierung, basierend auf den Ortsfrequenzspektren der Impulse, wurde durch Haldor Hartwig in [59] entwickelt.

### 2.6.1 Solitonen in DM-Fasern

Die Impulsausbreitung in DM-Fasern ist qualitativ verschieden von der Ausbreitung in Fasern mit konstanten Parametern. Die DM-NLSE (2.53) ist in dieser Form nicht mehr integrabel [80]. Lösungsmethoden wie die inverse Streutransformation [2] sind hier nicht anwendbar. Bis zu diesem Zeitpunkt gibt es keine exakte analytische Beschreibung von stationären Lösungen der DM-NLSE.

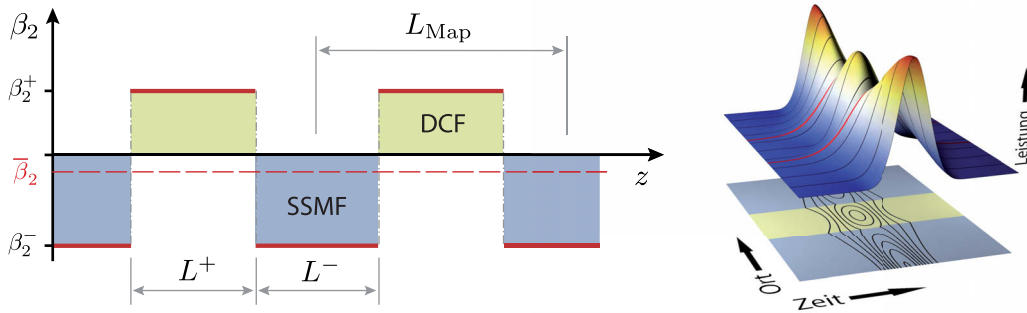


Abbildung 7.: Links: Die DM-Faser ist zusammengesetzt aus abwechselnden Faserstücken mit alternierender hoher Dispersion ( $\beta_2^\pm$ ). Der Mittelwert  $\bar{\beta}_2$  der Dispersion ist nahe null und negativ. Rechts: Ausbreitung eines DM-Solitons über eine Dispersionsperiode  $L_{\text{map}}$ . Am Ende der Dispersionsperiode ist die Eingangsimpulsform wiederhergestellt.

Die Impulsausbreitung in DM-Fasern ist auf Grund der hohen lokalen Dispersion gekennzeichnet durch eine starke dispersive Formänderung der Impulse in jedem Fasersegment. In diesen einzelnen Segmenten gilt die NLSE (2.12) mit den entsprechenden Parametern  $\beta_2^\pm$  und  $\gamma^\pm$ . Ein stationärer Impuls muss nach jeder Dispersionsperiode bis auf einen Phasenoffset die gleiche Impulsform und Phase aufweisen. Die Impulse am Ausgang eines Fasersegments sind gleichzeitig die Eingangsimpulse in das nächste Segment. Für einen stationären Impuls folgt damit, dass der Eingangsimpuls eines Fasersegments dem konjugiert komplexen Ausgangsimpuls des gleichen Segments bis auf einen Phasenoffset entsprechen muss. Durch die Invarianz der NLSE in  $z$  bedeutet dies, dass in der Mitte der Fasersegmente ein chirpfreier Punkt (CFP<sup>19</sup>) existieren muss. Stationäre Impulse weisen in den Segmentmitten immer eine bis auf Phasensprünge um  $\pi$  glatte Phase auf. Für die nichtlinearen Effekte wirksamen Spitzenleistungen treten durch die dispersive Fokussierung der Impulse hauptsächlich an diesen Punkten auf. Die Ausbreitung von Impulsen in der DM-Faser wird häufig stroboskopisch betrachtet. Verwendet wird dafür der CFP des anomal dispersiven Fasersegments. Stationäre Impulse bleiben in dieser Darstellung formstabil und es gilt  $U(T, z) = U(T, z + L_{\text{map}}) \exp(i\varphi_0)$  mit dem Phasenoffset  $\varphi_0$ .

In DM-Fasern existieren stationäre Impulse, die als DM-Solitonen bezeichnet werden. Im eigentlichen Sinn sind diese keine Solitonen, da sie nicht elastisch

<sup>19</sup> engl.: chirp free point

kollidieren wie die Fundamentalsolitonen der NLSE. Die DM-Solitonen zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Impulsform stroboskopisch nahezu unverändert bleibt. Nahezu bedeutet hier, dass jedes numerisch gefundene DM-Soliton eine wenn auch äußerst geringe Abstrahlung dispersiver Wellen aufweist. Dies bedeutet, dass die DM-Solitonen keine exakten, stroboskopisch formstabilen Lösungen der DM-NLSE sind. Sie sind auf langen, jedoch nicht auf unendlichen Strecken formstabil [110, 150, 112, 111, 21, 103, 66]. Im technischen Sinne entspricht die längste sinnvolle Faserlänge dem halben Erdumfang. DM-Solitonen, die diese Strecke 'überleben', sind ausreichend stabil für eine Anwendung. Die stationäre Impulsform der DM-Solitonen lässt sich nur numerisch durch geeignete Mittelungsverfahren wie die Nijhof-Methode [106], die Mittelung der Felder an den CFP [34] oder die Mittelung der konjugiert komplexen Felder an den Faserübergängen (siehe Anhang D) finden.

Eine exakte analytische Beschreibung der stationären Impulsform des DM-Solitons ist bislang nicht verfügbar. Der bekannteste analytische Ansatz ist das *Gabitov-Turitsyn-Modell* [49, 121, 91], bei dem die mittlere Dispersion und die Nichtlinearität als klein gegenüber der lokalen Dispersion angenommen werden. Damit lässt sich die starke dispersive Dynamik in einer Dispersionsperiode von der Solitonendynamik abkoppeln. Dies ist gültig für starkes Dispersions-Management und damit für große Modulationsstärken  $S$ . Die endgültige Impulsform muss mit diesem Modell jedoch ebenfalls iterativ numerisch gefunden werden. In der Literatur wird teilweise auch über exakte Lösungen von DM-Systemen berichtet, diese beziehen sich jedoch auf gemittelte DM-Systeme [101] oder nur auf den Kern der DM-Solitonen [148]. Ebenfalls verbreitet sind Variationsansätze, um sowohl die Impulsform [71] als auch die Parameterentwicklung von DM-Solitonen zu beschreiben [145].

In Abb. 8(a) sind die logarithmische Impulsform und die Phase eines typischen DM-Solitons, bezogen auf den CFP in der SSME, gezeigt. Wie bereits erwähnt, ist die Phase glatt bis auf die  $\pi$ -Sprünge. Das DM-Soliton weist hier exponentiell abfallende Flanken mit charakteristischen Modulationen und ein Gauß-förmiges Zentrum auf. Diese Form ist typisch für hohe Mapstärken, bei denen die Positionen der Feld-Nullstellen einem quadratischen Gesetz folgen [83, 84, 85]. Für  $S \rightarrow 0$  geht die Form des DM-Solitons in die Sech-Form des Fundamentalsolitons über. Dieses Merkmal der DM-Solitonen unterscheidet sie von fundamentalen Solitonen der NLSE, deren Sech-Form unveränderlich ist.

Weiterführende Analysen der Impulsform des DM-Solitons werden im Anhang D vorgestellt.

Im Gegensatz zu Fasern mit konstanten Parametern können DM-Solitonen bei großer Mapstärke  $S$  auch im Bereich mittlerer normaler Dispersion existieren [104, 105, 110]. Im Fasersegment mit anomaler Dispersion unterstützt die Nichtlinearität die Impulsfokussierung. Im CFP bewirkt dies ein breiteres Spektrum als im CFP des normal dispersiven Fasersegments und eine damit verbundene schnellere dispersive Verbreiterung. Dies reicht aus, um die normale mittlere Dispersion auszugleichen und darüber hinaus eine effektive negative Dispersion zu erzeugen. Die mittlere Dispersion  $\bar{\beta}_2$  bezieht sich nur auf die Dispersionsgeometrie der Faser, nicht jedoch auf die durch die Nichtlinearität geänderte effektive Dispersion, die für DM-Solitonen immer negativ ist.



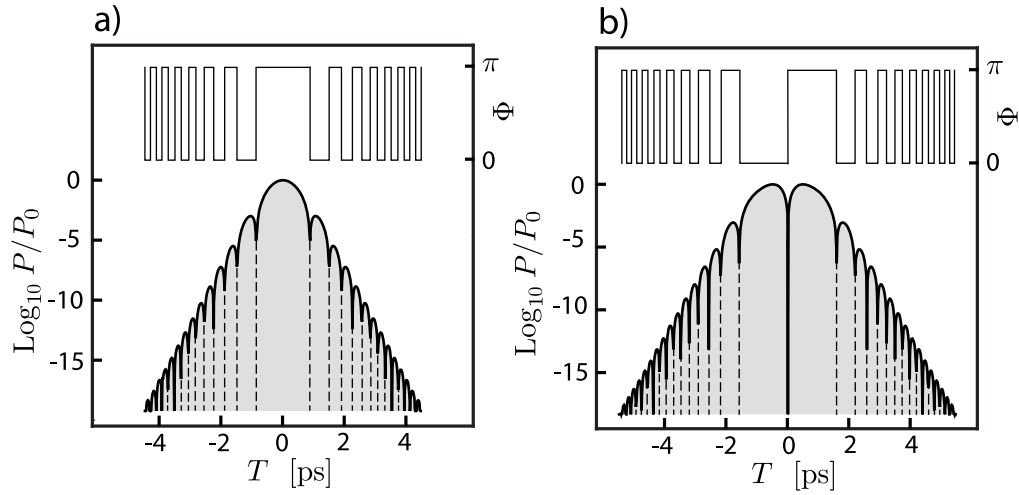


Abbildung 8.: Teilabb.(a): Numerisch bestimmtes logarithmisches Leistungsprofil und Phasenfunktion eines DM-Solitons im CFP der anomal dispersiven Faser. Das Feld des Impulses oszilliert in den ansonsten exponentiell abfallenden Flanken, die Phasensprünge korrespondieren zu den Nulldurchgängen des Feldes. Teilabb.(b): Darstellung eines Solitonenmoleküls, bestehend aus zwei gegenphasigen DM-Solitonen.

### 2.6.2 Solitonenmoleküle

Neben den DM-Solitonen existieren in den DM-Fasern auch Verbundzustände mehrerer DM-Solitonen, welche als Solitonenmoleküle bezeichnet werden. Auch in anderen Faser-basierten Systemen ist inzwischen die Bezeichnung Solitonenmolekül verbreitet [154, 13], in dieser Arbeit bezieht sich die Bezeichnung Solitonenmolekül ausschließlich auf DM-Systeme.

Die Solitonenmoleküle in DM-Fasern, die in der Literatur auch als Bi-Solitonen bezeichnet werden, wurden zuerst von Paré und Belanger in [109] numerisch analysiert und später von Maruta et al. in [89, 88] auf Solitonenzüge mit bis zu vier DM-Solitonen erweitert. Von Stratmann et al. [133] wurden die Solitonenmoleküle erstmals experimentell nachgewiesen. In [V1] konnten diese Doppelimpulse in Amplitude und Phase mittels des VAMPIRE<sup>20</sup>-Verfahrens charakterisiert werden. In Abb. 8(b) ist ein numerisch gefundenes Solitonenmolekül dargestellt, dessen charakteristisches Merkmal ein Phasensprung um  $\pi$  zwischen den DM-Solitonen ist. Diese Moleküle zeichnen sich dadurch aus, dass sie bei Auslenkung vom Gleichgewichtsabstand Schwingungen um diesen vollführen. Es gibt ein Bindungspotential ähnlich wie bei einem atomaren Molekül, so dass diese Solitonenbindung stabil ist. Solitonenpaare mit einer solchen stabilen Bindung sind in der NLSE und auch in der GNLSE nicht bekannt. Darauf basiert das Potential der Solitonenmoleküle, die bisherige binäre Kodierung in der optischen Kommunikationstechnik zu erweitern, um damit höhere Datenübertragungsraten zu erzielen.

Umfangreiche numerische Untersuchungen in [3, 89, 88, 59] haben gezeigt, dass es mehrere Gleichgewichtsabstände sowohl gegen- als auch gleichphasiger

<sup>20</sup> engl.: Very Advanced Method for Phase and Intensity Retrieval of E-fields

Solitonmoleküle gibt. Das Solitonmolekül in Abb. 8(b) ist, qualitativ gesprochen, das DM-Solitonpaar im 'Grundzustand' und wird im Weiteren auch als fundamentales Solitonmolekül bezeichnet. Bei größer werdenden Abständen können je nach Faserkonfiguration abwechselnd gleich- und gegenphasige Impulspaare folgen, deren Bindung mit zunehmendem Abstand schwächer wird. In Abb. 9 ist dies für Solitonmoleküle mit zwei bzw. drei beteiligten DM-Solitonen schematisch gezeigt. Die schwarzen Punkte zwischen den Solitonen markieren Nebenmaxima, die bei größer werdendem Abstand auftauchen und aus den oszillierenden Flanken der DM-Solitonen herrühren. Je größer der Abstand des Moleküls und je mehr DM-Solitonen beteiligt sind, desto kleiner ist der Existenzbereich des Moleküls bezogen auf die Faserkonfiguration.

Wie die stabile Bindung des fundamentalen Solitonmoleküls zustande kommt, wird ausführlich in Kapitel 5 behandelt.

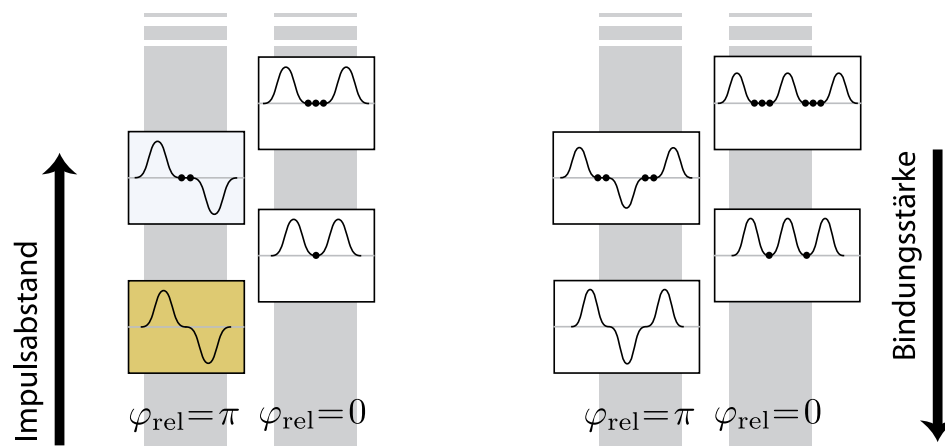


Abbildung 9.: Systematik möglicher Solitonmoleküle: den kleinsten Bindungsabstand besitzen gegenphasige Moleküle ohne Nebenmaxima (schwarze Punkte). Mit zunehmendem Abstand folgen abwechselnd gleich- und gegenphasige Moleküle. Potentiell können nur Solitonmoleküle, die bzgl. der Zeitachse  $T$  symmetrisch oder antisymmetrisch sind, eine formstabile Ausbreitung aufweisen [89].

## WECHSELWIRKUNG FUNDAMENTALER SOLITONEN IM TEILCHENBILD

Die Wechselwirkung fundamentaler NLSE-Solitonen ist während der vergangenen drei Jahrzehnte theoretisch und experimentell ausführlich untersucht worden. Die erste störungstheoretische Beschreibung der Interaktion symmetrischer Solitonenpaare wurde von Karpman et al. bereits 1981 in [73] vorgestellt. J. P. Gordon konnte in [54] auf Basis einer Zwei-Solitonen-Lösung aus der inversen Streutheorie eine Differentialgleichung für die Abstandsentwicklung ausreichend separierter symmetrischer Solitonenpaare herleiten. Eine weitere Behandlung folgte 1986 durch Anderson et al. in [16], bei der auch relative Phasen  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  betrachtet wurden. Ein Jahr später folgte dann der erste experimentelle Nachweis der Solitonenwechselwirkung durch Mitschke und Mollenauer [98]. Eine genauere und auch für kleine Abstände gültige Beschreibung wurde erst kürzlich in [13] veröffentlicht.

Die Beschreibung der Parameterentwicklung von unsymmetrischen Solitonenpaaren, die möglicherweise auch eine unterschiedliche Geschwindigkeit aufweisen, ist mit den bekannten analytischen Ansätzen nur bedingt möglich. In diesem Kapitel wird ein störungstheoretischer Ansatz<sup>1</sup> vorgestellt, um die Wechselwirkung von Solitonen in verschiedenen optischen Fasersystemen beschreiben zu können. Diese Betrachtung basiert auf der Annahme, dass sich die wesentlichen Eigenschaften der Solitonen während der Wechselwirkung nicht ändern. Insbesondere bleibt ihr dynamisches Gleichgewicht zwischen Dispersion und Nichtlinearität erhalten. Die Interaktion der benachbarten Solitonen wird als kleine Störung der einzelnen Solitonen betrachtet [V2]. Es wird berechnet, wie sich diese Störungen auf die Mittenfrequenzen der Solitonen auswirken. Die Mittenfrequenz eines Solitons entspricht dessen 'Farbe' und im Zusammenspiel mit der Dispersion einer Geschwindigkeit im mitbewegten Bezugssystem. Ähnlich zur Betrachtung der Bewegung von Körpern in der Mechanik werden mit diesem Modell Kräfte (Änderungen der Mittenfrequenzen) und Geschwindigkeiten (Mittenfrequenzen) sowie Impulsparameter während der Ausbreitung berechnet, um Kräftegleichgewichte aufzuspüren, die verantwortlich sind für die Bildung von Solitonenpaaren.

### 3.1 SOLITONENPAARE UNTER EINFLUSS DES KERR-EFFEKTS

Betrachtet man ein Solitonenpaar bestehend aus Soliton  $u$  und Soliton  $v$ , wird die Superposition beschrieben durch  $w = u + v$ . Das Einsetzen dieser Superposition in die nichtlineare Schrödingergleichung (2.16) liefert unter Annahme

<sup>1</sup> Der hier benutzte Ansatz weist Ähnlichkeiten mit einem von J. P. Gordon im Zusammenhang mit DM-Solitonen entwickelten, jedoch unveröffentlichten Ansatz auf. Die Unterschiede bestehen in der Modellierung der Störung; Näheres dazu findet sich in [V2].

einer symmetrischen Wechselwirkung zwei symmetrische Gleichungen für die Solitonen  $u$  und  $v$ . Für  $u$  erhält man

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{D_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u + S_u(u, v)u = 0 \quad (3.1)$$

mit der auf  $u$  wirkenden Störung  $S_u(u, v)$

$$S_u(u, v) = |v|^2 + (uv^* + u^*v) \quad . \quad (3.2)$$

Die Störung wird sowohl durch die Intensität des zweiten Solitons als auch durch den Interferenzterm bestimmt. Für  $v$  ergibt sich eine äquivalente Gleichung, bei der  $u$  und  $v$  vertauscht sind.

Die Mittenfrequenz  $\langle \Omega \rangle_u$  des Impulses ist definiert durch [99, 79]

$$\langle \Omega \rangle_u = \frac{1}{E_{\text{sol}}} \int_{-\infty}^{\infty} -i \frac{\partial u^*}{\partial \tau} u \, d\tau \quad (3.3)$$

mit der Solitonenenergie  $E_{\text{sol}} = \int_{-\infty}^{\infty} uu^* \, d\tau$ . Interessant ist die Änderung  $\partial \langle \Omega \rangle_u / \partial \xi$  während der Ausbreitung

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u = -\frac{i}{E_{\text{sol}}} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial u^*}{\partial \tau} \frac{\partial u}{\partial \xi} \, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial u^*}{\partial \tau} u \, d\tau \right) \quad . \quad (3.4)$$

Partielle Integration und Umformen liefert

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u = \frac{1}{E_{\text{sol}}} \int_{-\infty}^{\infty} -i \frac{\partial u^*}{\partial \tau} \frac{\partial u}{\partial \xi} \, d\tau + \text{c.c.} \quad . \quad (3.5)$$

Allein die Störung bewirkt eine Änderung der Mittenfrequenz. Für ein ungestörtes Soliton gilt  $\langle \Omega \rangle = \text{const.}$  und  $E_{\text{sol}} = \text{const.}$ . Damit folgt unter Benutzung von (3.1)

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u = \frac{1}{E_{\text{sol}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial u^*}{\partial \tau} u S(u, v) \, d\tau + \text{c.c.} \quad . \quad (3.6)$$

Der Integralkern von (3.6) ergibt sich dann zu

$$\frac{\partial u^*}{\partial \tau} u S(u, v) + \text{c.c.} = \frac{\partial}{\partial \tau} (u^* u) \left[ |u + v|^2 - |u|^2 \right] \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial \tau} u S(u, v) + \text{c.c.} &= \frac{\partial}{\partial \tau} \left( |u + v|^2 |u|^2 - |u|^4 \right) + |u|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} |u|^2 \\ &- |u|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} |u + v|^2 \quad . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Das Integral über den ersten Term der rechten Seite von (3.8) liefert keinen Beitrag. Die Integration von  $-\infty$  bis  $\infty$  über die Ableitung einer reellwertigen, stetigen Funktion  $f(\tau)$ , für die gilt  $f(\tau) \rightarrow 0$  für  $\tau \rightarrow \pm\infty$ , ist nach dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung [30] null. Der zweite Term ist das Produkt

einer in  $\tau$  symmetrischen reellen Funktion  $|u|^2$  mit seiner Ableitung. Die Integration liefert ebenfalls keinen Beitrag. Für die Änderung der Mittenfrequenz gilt damit

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u = -\frac{1}{E_{\text{sol}}} \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} |u+v|^2 d\tau \quad . \quad (3.9)$$

Physikalisch gesehen wird im Überlappbereich der Solitonen das Intensitätsprofil verändert. Die zeitliche Ableitung dieses Profils entspricht der momentanen Frequenz der Superposition aus  $u$  und  $v$ . Gegenüber den ungestörten Solitonen verändert sich die momentane Frequenz im Überlappbereich. Gewichtet mit der Intensität des einzelnen Solitons ergibt sich dann aus der Integration (3.9) eine in  $\xi$  veränderliche Mittenfrequenz. Die Frequenzverschiebung der Solitonen basiert also auf der Änderung der Impulseinhüllenden durch Interferenzeffekte und der damit verbundenen geänderten Wirkung der SPM. Die Änderung der Mittenfrequenz wird im Kontext der Betrachtung von Solitonen im Teilchenbild als Kraft interpretiert, die eine Beschleunigung der Solitonen im Zeitbereich zur Folge hat.

### 3.2 SYMMETRISCHE PAARE FUNDAMENTALER SOLITONEN

Zunächst wird dieser Ansatz auf einen bekannten Fall angewandt: Paare symmetrischer Solitonen, die die gleiche Impulsdauer aufweisen. Neben den Kenngrößen Leistung  $P$  und Impulsdauer  $T_0$  des Solitons wird das Paar durch den Abstand  $T_\sigma$ , die Mittenfrequenz bzw. Geschwindigkeit  $\langle \omega_\Delta \rangle$  und die relative Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  charakterisiert. Für die Solitonen<sup>2</sup>  $U$  und  $V$  wird ein dimensionsbehafteter Ansatz gewählt, um den Einfluss typischer Kenngrößen deutlich zu machen

$$U, V = \sqrt{P} \cdot \text{sech} \left( \frac{T \pm T_\sigma/2}{T_0} \right) \exp \left\{ i \langle \omega_\Delta \rangle_{U,V} \left( T \pm \frac{T_\sigma}{2} \right) \mp i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2} \right\} \quad . \quad (3.10)$$

Die auf  $U$  wirkende Kraft ist im dimensionsbehafteten System mit  $E_{\text{sol}} = 2PT_0$  gegeben durch

$$\frac{d}{dz} \langle \omega_\Delta \rangle_U = -\frac{\gamma}{2PT_0} \int_{-\infty}^{\infty} |U|^2 \frac{\partial}{\partial T} (|U+V|^2) dT \quad . \quad (3.11)$$

Mit den Definitionen des Mittelwertes der Solitonengeschwindigkeiten  $\langle \bar{\omega}_\Delta \rangle = (\langle \omega_\Delta \rangle_V + \langle \omega_\Delta \rangle_U)/2$ , der Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta \langle \omega_\Delta \rangle = \langle \omega_\Delta \rangle_V - \langle \omega_\Delta \rangle_U$

<sup>2</sup> Impulse im normierten System werden mit Kleinbuchstaben gekennzeichnet, im dimensionsbehafteten System werden Großbuchstaben benutzt.

und den Abkürzungen  $A = (T + T_\sigma/2)/T_0$ ,  $B = (T - T_\sigma/2)/T_0$  sowie  $\zeta = \Delta\langle\omega_\Delta\rangle T - \langle\overline{\omega}_\Delta\rangle T_\sigma + \varphi_{\text{rel}}$  lässt sich die auf U wirkende Kraft ausdrücken durch

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \langle\omega_\Delta\rangle_U &= \frac{\gamma P}{T_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\text{eq}} dT \\ \Psi_{\text{eq}} &= \left\{ \text{sech}^2 A \text{sech}^2 B \tanh B + \text{sech}^4 A \text{sech}^2 B \right. \\ &\quad \times \left. \left( \sinh(A+B) \cos \zeta + \Delta\langle\omega_\Delta\rangle T_0 \cosh A \cosh B \sin \zeta \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Der analytische Ausdruck für die auf V wirkende Kraft entspricht (3.12) unter Vertauschung von A und B.

Die auf U und V wirkenden Kräfte sind im Allgemeinen nicht symmetrisch bzw. betragsgleich. Dies ist bedingt durch den letzten Term in (3.12). Nur für den Fall, dass die relative Geschwindigkeit  $\Delta\langle\omega_\Delta\rangle$  null oder die zentrale relative Phase<sup>3</sup>  $\varphi_c = -\langle\overline{\omega}_\Delta\rangle T_\sigma + \varphi_{\text{rel}}$  im Punkt  $T = 0$  entweder 0 oder  $\pi$  ist, ist das Kräfteverhältnis im System symmetrisch. Die gebrochene Symmetrie im Fall  $\langle\omega_\Delta\rangle_U = -\langle\omega_\Delta\rangle_V \neq 0$  und  $\varphi_c \neq 0, \pi$  resultiert aus einer unsymmetrischen Interferenz der Impulse im Überlappbereich. Während ein Impuls mehr konstruktive Interferenz erfährt, wird der andere Impuls durch lokale destruktive Interferenz beeinflusst.

### 3.2.1 Inter-Soliton-Kräfte

Als Inter-Soliton-Kräfte (ISF<sup>4</sup>) werden Mittenfrequenzänderungen bezeichnet, die durch den Kerr-Effekt hervorgerufen werden. In der weiteren Betrachtung wird ein möglicher Chirp der Impulse vernachlässigt. Die Verschiebung der Mittenfrequenz  $d\langle\omega_\Delta\rangle/dz$  hängt daher nur von der relativen Phase  $\varphi_c$ , dem Abstand  $T_\sigma$  und der Differenzfrequenz der Solitonen  $\Delta\langle\omega_\Delta\rangle$  ab. In Abb. 10 ist  $d\langle\omega_\Delta\rangle_U/dz$  für kopropagierende ( $\Delta\langle\omega_\Delta\rangle T_0 = \Delta\langle\Omega\rangle = 0$ ) und sich aufeinander zubewegende Solitonen ( $\Delta\langle\Omega\rangle \neq 0$ ) dargestellt. Rote und blaue Bereiche korrespondieren zu einer Rot- bzw. Blauverschiebung des zeitlich vorseilenden Solitons U, die im Zusammenhang mit anomaler GVD zu einer Entfernung (Blau) bzw. Annäherung (Rot) an den gemeinsamen Schwerpunkt führt. Konturlinien geben die entsprechenden Werte der Kraft an. Die zu Grunde liegenden konstruierten Solitonenpaare wurden auf die zweifache Solitonenenergie  $4PT_0$  normiert, da andernfalls die Gesamtenergie des Systems mit der relativen Phase variiert.

Anfänglich kopropagierende (Abb. 10(a),  $\Delta\langle\Omega\rangle = 0$ ) gleichphasige ( $\varphi_c = 0$ ) Solitonen zeigen ein anziehendes Verhalten für alle Abstände  $\sigma = T_\sigma/T_0$ ; gegenphasige ( $\varphi_c = \pi$ ) Solitonen zeigen ein abstoßendes Verhalten für alle Abstände  $\sigma$ . Die Maximalwerte der Mittenfrequenzverschiebung werden bei  $\varphi_c = 0, \pi$  erreicht. Die Kraftwirkung ist symmetrisch bezüglich  $\varphi_c = \pi$ . Für

<sup>3</sup> Die zentrale relative Phase  $\varphi_c$  ist hier definiert als die Differenz der Phasenfunktionen von U und V im zeitlichen Mittelpunkt des Solitonenpaares. Für den Fall betragsmäßig gleicher Geschwindigkeiten und symmetrischer Solitonen gilt  $\varphi_c = \varphi_{\text{rel}}$ . Ein Überblick über die Impulsparameter ist in Anhang E zu finden.

<sup>4</sup> engl: inter soliton forces

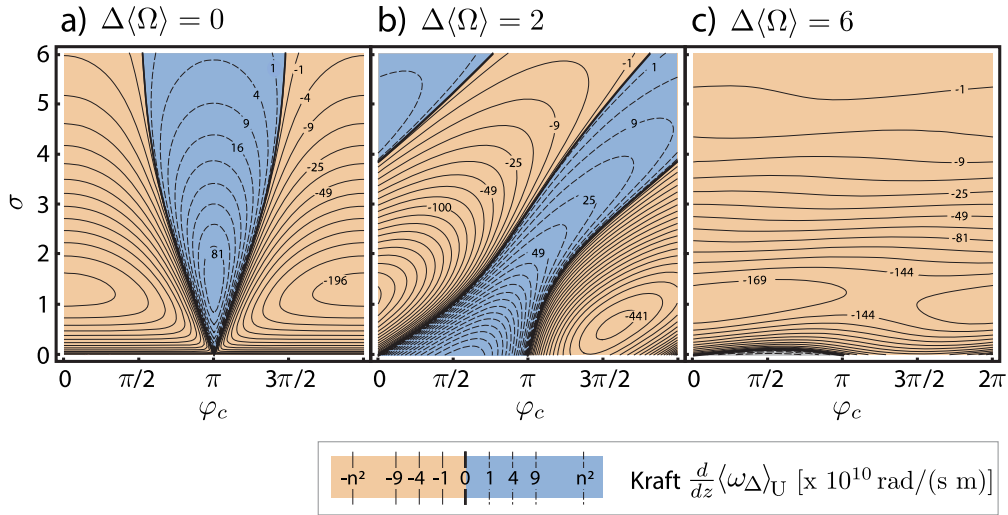


Abbildung 10.: Darstellung der Verschiebung der Mittenfrequenz  $d\langle\omega_\Delta\rangle_U/dz$  des zeitlich führenden Solitons U auf Grund des Kerr-Effekts. Blaue/rote Bereiche korrespondieren zu einer Blau-/Rotverschiebung des Solitons. Teilabb. (a): Kraft auf U bei verschwindender relativer Geschwindigkeit  $\Delta\langle\Omega\rangle$ ; Teilabb. (b): Kraft auf U bei moderater relativer Geschwindigkeit; Teilabb. (c): inkohärente Rotverschiebung von U bei hoher relativer Geschwindigkeit. (Simulationsparameter:  $T_0 = 170,2 \text{ fs}$ ,  $\beta_2 = -26 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 0,9 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ )

relative Phasen  $\pi/2 < \varphi_c < 3\pi/2$  gibt es bestimmte Abstände, bei denen die Kraft null ist. Solitonenpaare könnten hier potentiell ihren Abstand beibehalten. Die in Abschnitt 2.4.5 beschriebene Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses  $r$  für relative Phasen  $\varphi_c \neq 0, \pi$  führt jedoch zu einem Energietransfer zwischen den Solitonen, der zu einem Auseinanderbrechen des Paares führt.

Besitzen die Solitonen eine relative Geschwindigkeit (Abb. 10(b),  $\Delta\langle\Omega\rangle = 2$ ), ist die Frequenzverschiebung des Solitons nicht mehr symmetrisch bzgl. der relativen Phase. Für jeden Wert von  $\varphi_c$  gibt es abwechselnde Bereiche der Rot- bzw. Blauverschiebung des Solitons U. In Abb. 10(c) ist der Fall sehr schnell kollidierender Solitonen gezeigt, bei denen der Einfluss der relativen Phase verschwindend ist. Die Wechselwirkung ist hier näherungsweise inkohärent auf Grund der großen Frequenzdifferenz der Solitonen. Die für fast alle Phasen- und Abstandswerte wirkende Anziehung der Solitonen basiert auf der Störung durch  $|V|^2$ . Interferenzeffekte spielen hier kaum mehr eine Rolle.

Werden in Abb. 10 die Vorzeichen vertauscht und die Teilabbildungen entlang  $\varphi_c = \pi$  gespiegelt, entspräche die Darstellung der Kraft, die auf das zeitlich nachfolgende Soliton V wirkt. Daraus ergibt sich bei moderaten relativen Geschwindigkeiten, dass in einigen Fällen beide Solitonen rot- bzw. blauverschoben werden können. Eine besser verifizierbare Größe ist die Änderung der relativen Geschwindigkeit  $d\Delta\langle\omega_\Delta\rangle/dz = d/dz(\langle\omega_\Delta\rangle_V - \langle\omega_\Delta\rangle_U)$  der Solitonen während der Ausbreitung. Dies ist in Abb. 11(a) und (b) für die Fälle  $\Delta\langle\Omega\rangle = 0$  und  $\Delta\langle\Omega\rangle = 2$  dargestellt.

Der Vergleich numerischen Simulationen in Abb. 11(c) und (d) zeigt eine im wesentlichen qualitative, für größere Abstände auch quantitative Übereinstim-



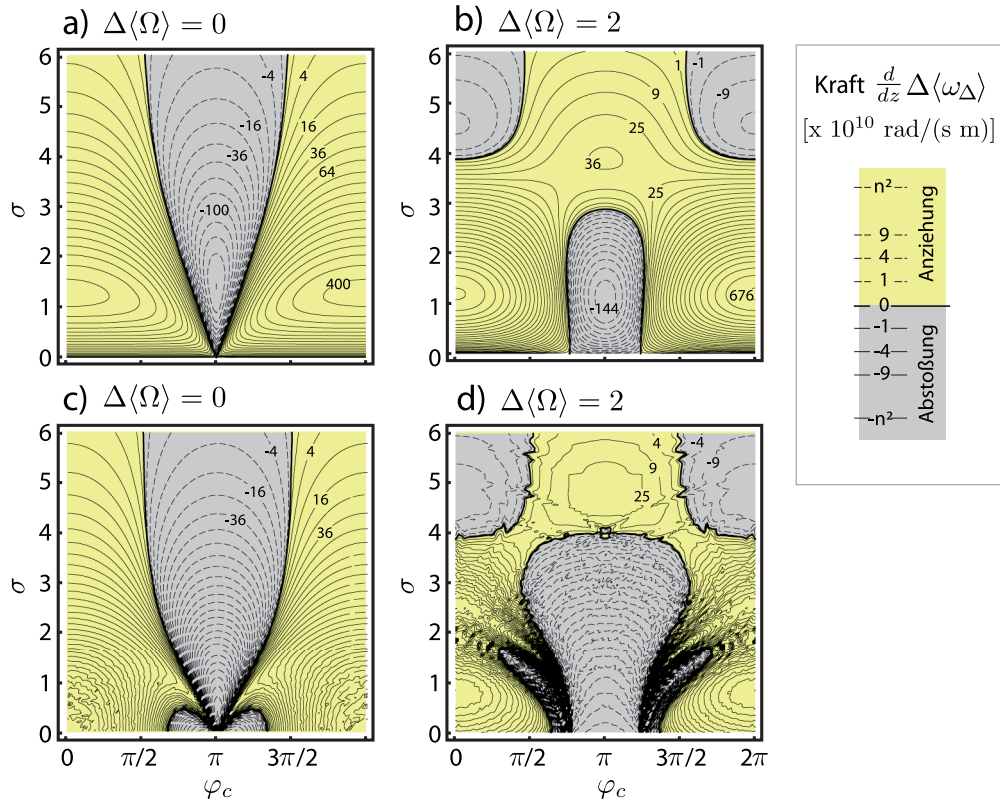


Abbildung 11.: Änderung der relativen Geschwindigkeit  $d\Delta\langle\omega_\Delta\rangle/dz$  im Schwerpunktsystem. Teilabb. (a) und (b) entstammen der Störungstheorie. Teilabb. (c) und (d) zeigen korrespondierende numerische Simulationen. Abweichungen sind vor allem bei kleinen Abständen zu beobachten und zu erwarten. (Simulationsparameter wie in Abb. 10)

mung. Bei zu kleinen Abständen versagt der Störungsansatz. Ermittelt wurden die Werte aus der FWHE<sup>5</sup>-Breite des Solitonenpaares als Maß für den Abstand. Auf sehr kurzen Propagationsstrecken wurde die Abstandsänderung und daraus die Änderung der relativen Geschwindigkeit bestimmt.

### 3.2.2 Bewegung der Solitonen

Solitonen wechselwirken über den nichtlinearen Kerr-Effekt. Der Überlapp in den Flanken dicht benachbarter Solitonen verändert die Einhüllende des Systems und somit das Spektrum. Im Teilchenbild werden die Solitonen als Einheiten betrachtet, denen eine bestimmte Mittenfrequenz zugeordnet werden kann. Die Änderung derselben betrachtet man in diesem Bild als Kraft, die durch beteiligte Störsolitonen auf das betrachtete Teilchen wirkt. Im Zusammenspiel mit der GVD führt dies im Zeitbereich zu Positionsänderungen bzgl. des mitbewegten Bezugssystems. Da sich die Integration von (3.11) bzw. (3.12) i.A. nicht analytisch ausführen lässt, wird die Entwicklung der Parameter numerisch berechnet. Die

<sup>5</sup> engl.: full width at half energy



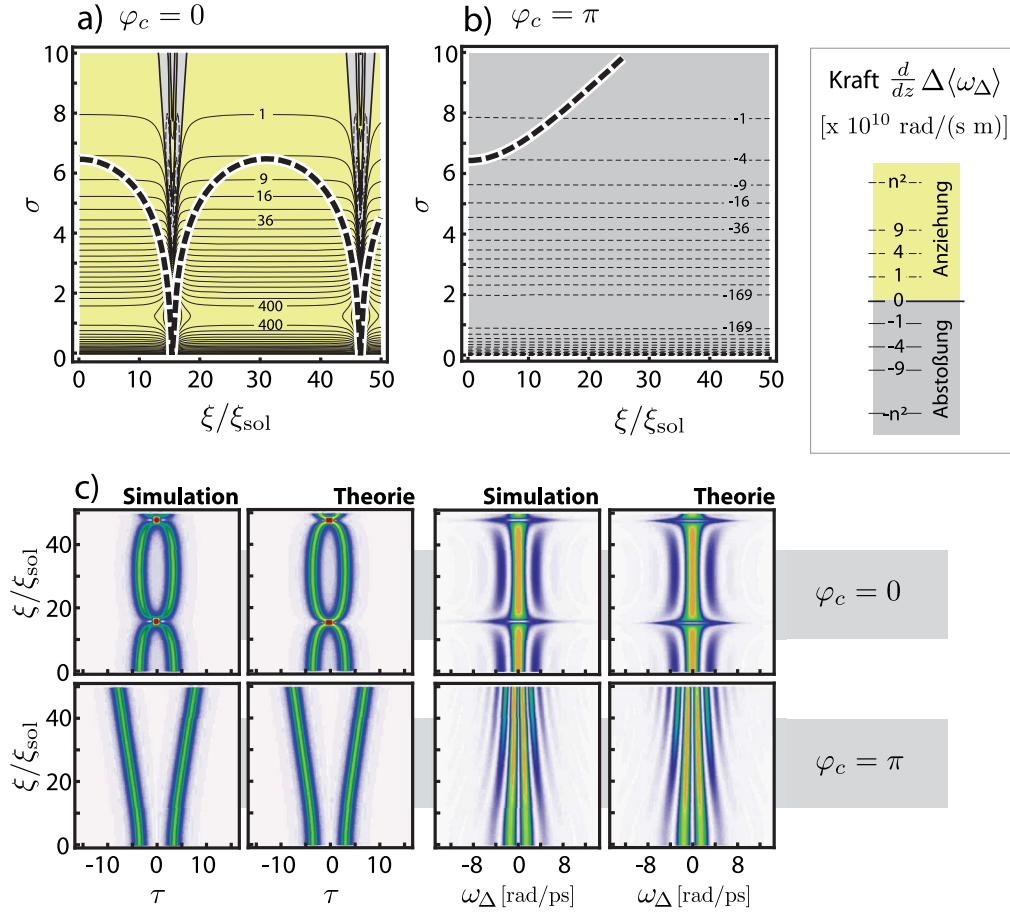


Abbildung 12.: Wechselwirkung gleichphasiger ( $\varphi_c = 0$ ) und gegenphasiger ( $\varphi_c = \pi$ ) Solitonenpaare. Teilabb. (a) und (b) zeigen die Entwicklung des Abstandes  $\sigma$  (dicke gestrichelte Linie) entlang  $z$  für diese Fälle mit einem Startabstand von  $\sigma_0 = 6,6 T_0$ . Gelbe/graue Flächen entsprechen Bereichen mit Anziehung/Abstoßung der Solitonen. Teilabb. (c) ist ein Vergleich der aus berechneten Parametern konstruierten Solitonenpaare (Theorie) mit numerisch simulierten Ausbreitungen (Simulation) im Zeit- und Spektralbereich. (Simulationsparameter wie in Abb. 10)

Mittenfrequenz der Solitonen nach einer kurzen Ausbreitungsstrecke  $\Delta z$  ist gegeben durch

$$\langle \omega_{\Delta} \rangle_{u,v}(z + \Delta z) = \langle \omega_{\Delta} \rangle_{u,v}(z) + \left. \frac{d}{dz} \langle \omega_{\Delta} \rangle_{u,v} \right|_z \Delta z \quad . \quad (3.13)$$

Die Position  $\hat{T}$  der Impulse und deren Abstand  $T_{\sigma}$  lassen sich iterativ berechnen aus

$$\begin{aligned} \hat{T}_{u,v}(z + \Delta z) &= \hat{T}_{u,v}(z) + \langle \omega_{\Delta} \rangle_{u,v}(z) \beta_2 \Delta z \quad , \\ T_{\sigma}(z + \Delta z) &= -\Delta \langle \omega_{\Delta} \rangle(z) \beta_2 \Delta z + T_{\sigma}(z) \quad . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Während der Bewegung der Impulse ändert sich ständig die wirkende Kraft auf Grund der geänderten Systemparameter, d.h. dass die Solitonen ein ständig variierendes Potential erfahren. Wie in Abb. 10 zu sehen, hängt dieses vom Abstand

$\sigma$ , den momentanen Geschwindigkeiten  $\langle \omega_\Delta \rangle_{u,v}$  sowie der relativen Phase  $\varphi_c$  ab. In Abb. 12(a) und (b) sind beispielhaft die mit diesem Modell berechneten Trajektorien ( $\sigma(z)$ ) von gleichphasigen und gegenphasigen symmetrischen Solitonenpaaren gezeigt. Weiterhin ist die zugrunde liegende Mittenfrequenzänderung in der gleichen Form wie in Abb. 11 gezeigt. Gleichphasige Solitonen (Abb. 12(a)) erfahren also eine mit geringer werdendem Abstand größer werdende Anziehung und kollidieren. Im Teilchenbild kreuzen sich die Solitonen und oszillieren umeinander. Da keine weiteren Störeffekte betrachtet werden, ist das System konservativ und die Solitonen bilden einen Breather (siehe Abschnitt 2.4.4). Während beispielsweise Systeme mit Verstärkung oder Raman-Effekt nicht mehr konservativ sind, bleibt ein System mit Dispersion höherer Ordnung konservativ [92, 94, 93]. Jedoch führt dann eine asymmetrische spektrale Phasenentwicklung zu einer asymmetrischen Ausbreitung im Zeitbereich und damit zum Auseinanderbrechen des Breathers.

Gegenphasige fundamentale Solitonen (Abb. 12(b)) zeigen stets abstoßendes Verhalten. Die Wechselwirkung nimmt mit zunehmendem Abstand ab. In beiden Fällen bleibt die relative Phase während der Ausbreitung erhalten.

Das Solitonenpaar  $W$  lässt sich an jedem Ort  $z$  konstruieren aus  $W(z) = U(T_\sigma(z), \langle \omega_\Delta \rangle_U(z), \varphi_c(z)) + V(T_\sigma(z), \langle \omega_\Delta \rangle_V(z), \varphi_c(z))$ . Die zeitliche und die spektrale Form sind im Vergleich mit numerischen Simulationen der Ausbreitung in Abb. 12(c) korrespondierend zu den Fällen (a) und (b) gezeigt. Die wesentlichen Strukturen der Wechselwirkung werden durch das Modell sehr gut wiedergegeben und sind hauptsächlich durch Interferenzeffekte der beteiligten Solitonen bestimmt.

### 3.3 PARAMETERENTWICKLUNG UNSYMMETRISCHER SOLITONENPAARE

Die Wechselwirkung symmetrischer Solitonenpaare mit  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  und Startgeschwindigkeit null ist relativ einfach zu beschreiben. Es treten keine Effekte wie Energietransfer zwischen den Solitonen oder Veränderungen der relativen Phase auf. Diese Situation stellt jedoch einen Sonderfall dar. Um die Wechselwirkung von Solitonen mit beliebigen Eingangsparametern zu beschreiben, sind im Teilchenbild zusätzliche veränderliche Parameter zu beachten. Die Solitonen können unterschiedliche Energien, verschiedene Geschwindigkeiten oder auch relative Phasen  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  aufweisen. Im Folgenden wird die Parameterentwicklung der einzelnen Solitonen im normierten System beschrieben.

Ein geeigneter Startimpuls  $u$  wird im dimensionslosen System beschrieben durch

$$u = \eta_u \operatorname{sech}[\eta_u (\tau - \hat{\tau}_u)] \exp \left[ i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2} - i \langle \Omega \rangle_u (\tau - \hat{\tau}_u) \right] \quad (3.15)$$

mit der zeitlichen Position  $\hat{\tau}_u$  des Solitons. Für das zweite Soliton  $v$  ist der entsprechende Ansatz zu wählen. Die Berechnung der Parameter Spitzenleistungsverhältnis  $r(\xi) = \eta_u^2(\xi)/\eta_v^2(\xi)$ , Mittenfrequenz  $\langle \Omega \rangle_{u,v}(\xi)$ , Solitonen-Position  $\hat{\tau}_{u,v}(\xi)$  und der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  kann dann iterativ mit (3.9) und (2.43)

erfolgen. Zusätzlich ergibt sich aus (2.28) die Änderung der relativen Phase im Falle betragsmäßig ungleicher Geschwindigkeiten zu

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel}} = \frac{1}{2} \eta_u^2 (1 - r) + \langle \Omega \rangle_v^2 - \langle \Omega \rangle_u^2 . \quad (3.16)$$

Bei der schrittweisen Bestimmung der Parameter müssen  $\eta_u(\xi + \Delta\xi)$  und  $\eta_v(\xi + \Delta\xi)$  so berechnet werden, dass die Gesamtenergie der Superposition aus  $u$  und  $v$  mit der veränderten relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  am Ort  $\xi + \Delta\xi$  der Eingangsenergie am Ort  $\xi$  entspricht. Ebenfalls müssen  $\eta_u$  und  $\eta_v$  dem berechneten Spitzenleistungsverhältnis  $r(\xi + \Delta\xi)$  entsprechen. In Abb. 13 sind drei Beispiele für eine solche Parameter-Berechnung gezeigt. Das obere Beispiel wurde schon in Abschnitt 2.4.5 betrachtet. Rechts ist jeweils die numerische Simulation mit den Startparametern gezeigt. Auf der linken Seite ist jeweils die Entwicklung der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  (orange) und des Spitzenleistungsverhältnisses  $r(\xi)$  (grün) abgebildet. Die Entwicklung der Mittenfrequenzen  $\langle \Omega \rangle_u(\xi)$  (schwarz gestrichelt) und  $\langle \Omega \rangle_v(\xi)$  (schwarz gepunktet) ist farbig mit Rot und Blau unterlegt, um die entsprechende Frequenzverschiebung gegenüber dem Referenzsystem deutlich zu machen. In der Mitte sind dann die Positionsentwicklungen  $\hat{\tau}_{u,v}(\xi)$  der Solitonen und die mit den berechneten Parametern konstruierte Superposition ( $u(\xi) + v(\xi)$ ) des Solitonenpaares dargestellt.

Im Vergleich mit der numerischen Simulation zeigt sich eine zumeist qualitativ gute Übereinstimmung. Wichtig ist hier die Erkenntnis, wie sich die relative Phase und das Spitzenleistungsverhältnis gegenseitig beeinflussen. Ein Energieübertrag zwischen den Solitonen findet bei relativen Phasen von  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  statt. Ein zunehmend ungleiches Spitzenleistungsverhältnis beschleunigt die Entwicklung der relativen Phase, bis diese 0 oder  $\pi$  erreicht. Danach kehrt sich die Richtung des Energietransfers um. Dies ist z.B. in den ersten beiden Beispielen von Abb. 13 zu sehen, wo das Maximum von  $r$  an den Orten  $\xi$  auftritt, an denen die relative Phase einen Wert von  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  aufweist. Dies ist ein wichtiger Aspekt der Solitonenwechselwirkung, der zusammen mit der Raman-Selbstfrequenzverschiebung zu Kräftegleichgewichten zwischen den Solitonen führen kann. Ausführlich wird dies in Kapitel 4 behandelt.

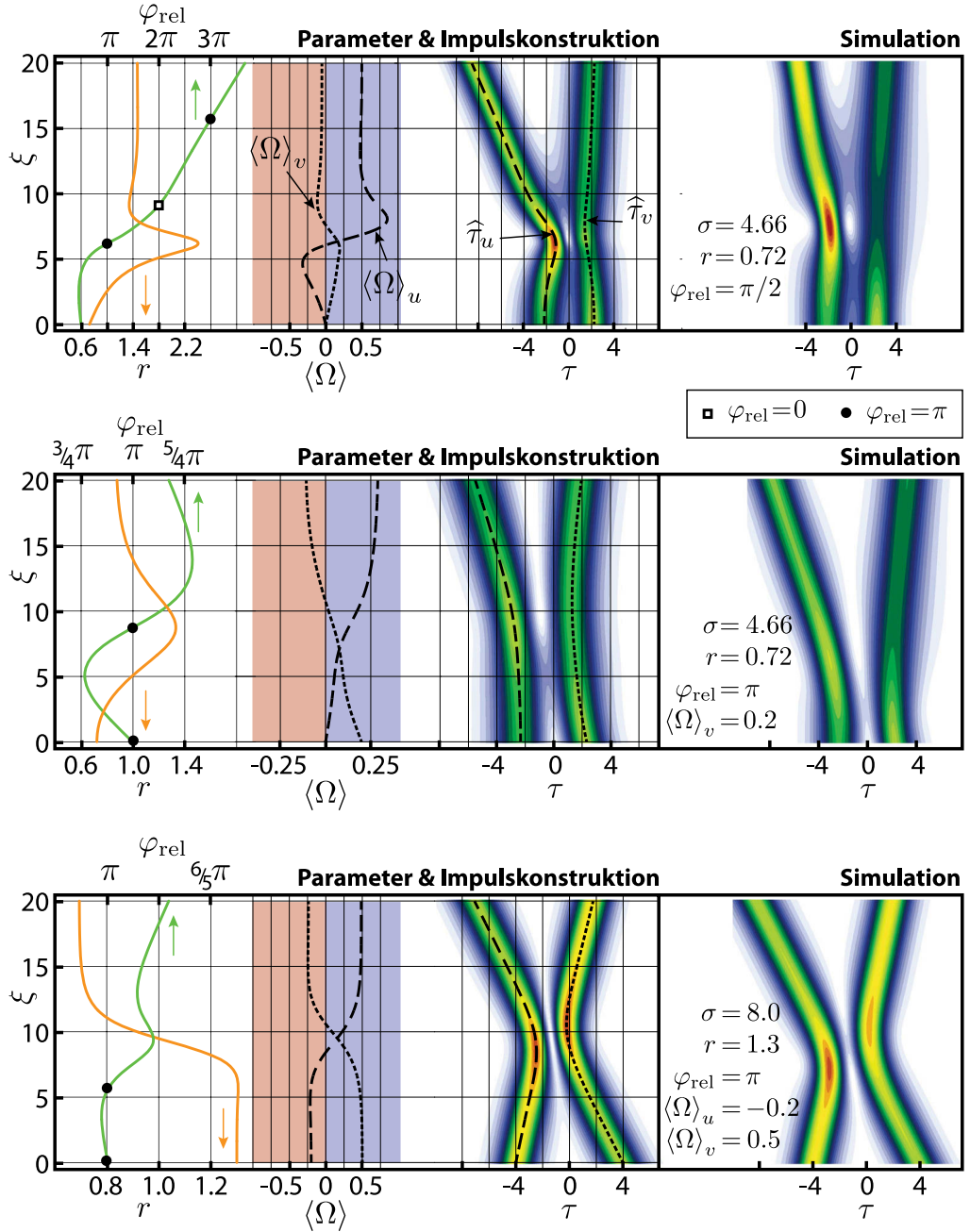


Abbildung 13.: Entwicklung der Parameter  $r(\xi)$  (Spitzenleistungsverhältnis, orange),  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  (relative Phase, grün),  $\langle \Omega \rangle_u(\xi)$  (Geschwindigkeit bzw. Mittenfrequenz von  $u$ , schwarz gestrichelt),  $\langle \Omega \rangle_v(\xi)$  (Geschwindigkeit bzw. Mittenfrequenz von  $v$ , schwarz gepunktet) sowie der Positionen  $\tau_u(\xi)$  und  $\tau_v(\xi)$  der Solitonen berechnet aus (3.9), (2.43) und (3.16) für drei verschiedene unsymmetrische Solitonenpaare. Mit den berechneten Parametern erfolgte die Konstruktion des Feldbetrages aus  $u(\xi) + v(\xi)$  (Mitte). In den rechten Abbildungen sind die numerischen Vergleichssimulationen und die jeweiligen Startparameter gezeigt.

## SOLITONENPAARE UNTER EINFLUSS DES RAMAN-EFFEKTS

Das Verständnis der Dynamik von Solitonen unter Einfluss des Raman-Effekts ist eine wichtige Voraussetzung, um Effekte zu verstehen, die bei der Superkontinuumserzeugung [43] in photonischen Kristallfasern [119, 120] (PCF) auftreten. Zu diesen Effekten zählen die sogenannten *giant dispersive waves* [48], aber auch andere Wechselwirkungen, die durch Solitonenkollisionen hervorgerufen werden [82, 42]. Die Superkontinuumserzeugung erfolgt zumeist durch MI-basiertes Aufbrechen von Quasi-cw-Impulsen in fundamentale Solitonen [36] oder durch das *soliton fission*, dem Aufbrechen höherer Solitonen in Einzelsolitonen [64]. Im Zusammenhang mit dem *soliton fission* konnte von Podlipensky et al. experimentell die Existenz von Solitonenpaaren in PCFs nachgewiesen werden [115, 116]. Diese behalten ihren Abstand, jedoch nicht ihre relative Phase während der Ausbreitung bei und werden als Einheit im Zeitbereich beschleunigt. Akhmediev et al. hat bereits 1996 in numerischen Simulationen asymmetrische Solitonenpaare gefunden, die unter Einfluss des Raman-Effekts ohne wesentliche Impulsformänderung ausbreitungsfähig sind [11]. Diese Untersuchungen standen nicht im Zusammenhang mit der Superkontinuumserzeugung, sind aber ebenso wichtig für die Ausbreitung von ultrakurzen Pulsen in Standardfasern.

Der Mechanismus dieser Paarbildung wurde in [140] sowie in [V6,V7] in zwei verschiedenen Ansätzen theoretisch behandelt. Im folgenden Kapitel wird ein erweitertes Bild dieser Solitonenpaare gezeichnet. Mit den gewonnenen Erkenntnissen ist nun eine Einordnung der Ergebnisse aus [11, 115, 116] möglich. Ein weiteres Ergebnis ist die gezielte Erzeugung Raman-verschobener Solitonenpaare im Experiment.

Im vorherigen Kapitel wurde die Wechselwirkung fundamentaler Solitonen unter Einfluss des Kerr-Effektes vorgestellt. In der NLSE gibt es keine Lösung mit einer begrenzten Anzahl von Solitonen, die ihren Abstand  $\sigma$  beibehalten können. Entweder kommt es zu Kollisionen, Energieüberträgen oder zu Abstoßungen zwischen den Solitonen.

Wirkt eine Störung in Form des Raman-Effekts auf die fundamentalen Solitonen, können jedoch Verbünde mehrerer Solitonen mit gleichbleibendem Abstand existieren. Der Mechanismus dieser Paarbildung wird im folgenden Abschnitt für ein System vorgestellt, das durch die nichtintegrable GNLSE

$$\frac{\partial}{\partial z} U = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} U + i\gamma |U|^2 U - i\gamma_T \frac{\partial}{\partial T} |U|^2 U \quad (4.1)$$

mit Raman-Selbstfrequenzverschiebung als Störung der Solitonen beschrieben wird.

## 4.1 REDUZIERTER WECHSELWIRKUNG SYMMETRISCHER SOLITONENPAARE

Der Raman-Effekt bewirkt eine kontinuierliche Mittenfrequenzverschiebung des Solitons während der Ausbreitung. Die Raman-Verstärkung [132] wächst näherungsweise linear bis ca. 13 THz Frequenzoffset. Für Impulse mit Dauern von mehr als  $\approx 100$  fs ist die spektrale Breite klein genug, um den linearen Ansatz in (4.1) zu verwenden. Die Ramanzeitkonstante  $T_R$  liegt für optische Fasern im Bereich von ca. 3 – 5 fs. Im Folgenden wird auch die normierte Ramanzeitkonstante  $\tau_R = T_R/T_0$  verwendet, die unabhängig von der Energie des Fundamentalsolitons ein Maß für die Wirkung des Raman-Effektes ist.

Unter Verwendung von (2.17) lässt sich die durch den Raman-Effekt verursachte Phasenentwicklung des Solitons ausdrücken durch

$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial z} = -\gamma T_R \frac{\partial}{\partial T} |U(z, T)|^2 \quad . \quad (4.2)$$

Mit der Annahme einer näherungsweise unveränderlichen Impulsform ( $|U(z, T)|^2 = |U(z=0, T)|^2$ ) lässt sich die momentane Frequenz am Ort  $z$  angeben durch

$$\tilde{\omega}_{\Delta,R}(z, T) = -\frac{\partial}{\partial T} \Phi_R = \gamma z T_R \frac{\partial^2}{\partial T^2} |U(T)|^2 \quad . \quad (4.3)$$

Mit der Impulsform  $|U(T)|^2 = P \operatorname{sech}^2(T/T_0)$  und der Energie  $E_{\text{sol}} = 2PT_0$  des Solitons folgt für die Raman-Verschiebung am Ort  $z$

$$\omega_{\Delta,R}(z) = -\frac{1}{E_{\text{sol}}} \int_{-\infty}^{\infty} |U(T)|^2 \tilde{\omega}_{\Delta,R}(z, T) dT = -\frac{8}{15} \gamma P z \frac{T_R}{T_0^2} \quad . \quad (4.4)$$

Für fundamentale Solitonen ( $N^2 = 1 = (\gamma P T_0^2)/|\beta_2|$ ) erhält man für die Raman-Verschiebung

$$\omega_{\Delta,R}(z) = -\frac{8}{15} |\beta_2| z \frac{T_R}{T_0^4} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial z} \omega_{\Delta,R} \propto \frac{1}{T_0^4} \quad (4.5)$$

mit der bekannten  $1/T_0^4$ -Skalierung der Frequenzverschiebung [97, 55]. Die daraus resultierende Beschleunigung der Solitonen im Zeitbereich hängt demzufolge von der Spitzenleistung  $P$  ab. Der Raman-Effekt wirkt individuell auf jedes Soliton, so dass symmetrische Solitonenpaare die gleiche Beschleunigung erfahren. Um ein solches System im Teilchenbild zu behandeln, wird der Ansatz

$$U, V = \sqrt{P} \cdot \operatorname{sech} \left( \frac{T \pm T_\sigma/2}{T_0} \right) \times \exp \left\{ i \langle \omega_\Delta \rangle_{U,V} \left( T \pm \frac{T_\sigma}{2} \right) + i \omega_{\Delta,R} \left( T \pm \frac{T_\sigma}{2} \right) \mp i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2} \right\} \quad (4.6)$$

gewählt. Der Raman-Effekt wirkt auf den Kerr-Effekt über die Phasenentwicklung zurück. In Gleichung (3.12) muss dann  $\zeta = \Delta \langle \omega_\Delta \rangle T - (\omega_{\Delta,R} + \langle \bar{\omega}_\Delta \rangle) T_\sigma + \varphi_{\text{rel}}$  gesetzt werden. Die relative Phase  $\varphi_c(z)$  im zeitlichen Schwerpunkt des Paares ist dann selbst für  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  nicht mehr konstant und ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \varphi_c(z) &= -\omega_{\Delta,R}(z) T_\sigma(z) - \langle \bar{\omega}_\Delta \rangle(z) T_\sigma(z) + \varphi_{\text{rel}} \\ &= \left( \frac{8}{15} \gamma P z \frac{T_R}{T_0^2} - \langle \bar{\omega}_\Delta \rangle(z) \right) T_\sigma(z) + \varphi_{\text{rel}} \quad . \end{aligned} \quad (4.7)$$



Die relative Phase rotiert also durch den Raman-Effekt. Setzt man zunächst an, dass die Separation der Impulse  $T_\sigma$  konstant ist, dann gilt  $\langle \bar{\omega}_\Delta \rangle(z) = 0$ , und die relative Phase entwickelt sich linear in  $z$ . Ein Rotationszyklus ist nach der Strecke

$$z_r = \pi \frac{15}{4} \frac{T_0^4}{|\beta_2| T_R T_\sigma} \quad (4.8)$$

vollendet. Je größer der Abstand ist, desto schneller rotiert die relative Phase. Verständlich wird dies aus der Entwicklung der Modulationen eines Doppelimpuls-Spektrums. Diese haben einen spektralen Abstand von  $\Delta\omega_\Delta = 2\pi/T_\sigma$  und sind in diesem System zu finden an den spektralen Positionen

$$\omega_{\Delta,n} = \pm n\Delta\omega_\Delta + \frac{\varphi_c(z)}{2\pi} \Delta\omega_\Delta + \omega_{\Delta,R}(z) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.9)$$

Mit (4.5) und (4.7) folgt  $\omega_{\Delta,n} = \pm n\Delta\omega_\Delta$  und ist unabhängig von der RSFS. Die spektralen Modulationen bleiben an ihrer Position, einzig die Einhüllende des Spektrums wird rotverschoben, und damit ändert sich die relative Phase. In Abschnitt 3.2.1 wurden die phasenabhängigen Inter-Soliton-Kräfte vorgestellt, die sowohl anziehend als auch abstoßend sein können. Erfolgt die Rotation der relativen Phase schnell genug, so dass kein nennenswerter Energieübertrag (siehe Abschnitt 2.4.5) zwischen den Solitonen erfolgt, kann die Kerr-induzierte Wechselwirkung reduziert bzw. 'ausgewaschen' werden [V3].

Die Solitonen im Teilchenbild erfahren eine schnelle Abfolge von Anziehung bzw. Abstoßung. In Abb. 14(a) ist die Entwicklung des Abstandes  $T_\sigma$  des Soliton-paares unter Einfluss des Raman-Effekts gezeigt. Die Darstellung ist die gleiche wie in Abb. 12(a) und (b). Für größere Abstände erfolgt die Phasen-Rotation schneller, gleichzeitig wird der Einfluss des Kerr-Effektes geringer, so dass im Vergleich mit Soliton-paaren der NLSE eine deutlich verringerte Abstandsänderung zu beobachten ist. Der Vergleich mit den Beispielen aus Abb. 12(a) und (b) ist in Abb. 14(b) dargestellt. Abb. 14(c) zeigt (wie im vorherigen Abschnitt) den Vergleich zwischen numerischer Simulation und theoretischer Vorhersage (Impulspaare wurden aus den berechneten Parametern konstruiert) der Ausbreitung des Soliton-paares im Zeit- und Spektralbereich. Wie bereits erwähnt bleiben die spektralen Modulationen unverändert in ihrer Position, nur die Einhüllende wird rotverschoben. Im Zeitbereich erfahren beide Solitonen die gleiche Beschleunigung, ihr relativer Abstand bleibt näherungsweise unverändert.

Wählt man kleinere Abstände symmetrischer Soliton-paare, ist eine deutliche Phasenabhängigkeit des Startimpulses auf die Ausbreitung zu beobachten [V3]. Für einen kleinen Bereich der relativen Phase bleiben die Solitonen beisammen, in den meisten Fällen jedoch kollidieren die Solitonen bzw. entfernen sich schnell voneinander. Ebenfalls tritt auf Grund der langsameren Phasen-Rotation ein nicht zu vernachlässigender Energieübertrag zwischen den Solitonen auf. Um dieses theoretisch zu beschreiben, ist eine Erweiterung auf asymmetrische Soliton-paare notwendig.



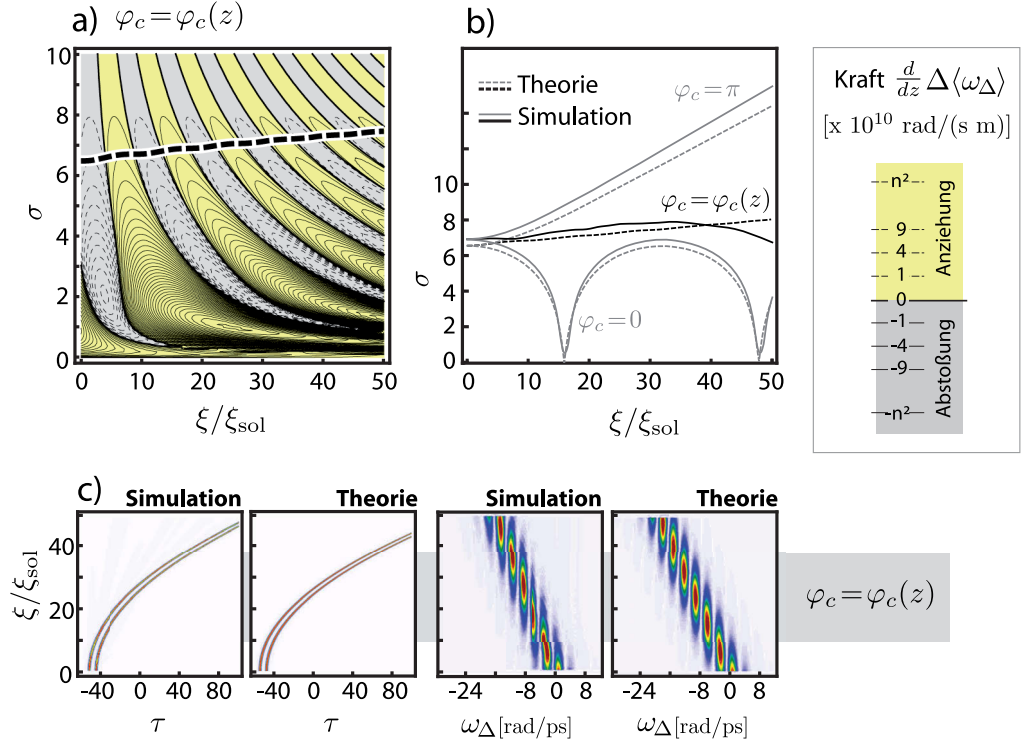


Abbildung 14.: Bewegung eines symmetrischen Solitonenpaares unter Einfluss des Raman-Effekts. Teilabb. (a): Entwicklung des Abstandes und die korrespondierenden, schnell wechselnden Kräfte (Anziehung/Abstoßung – Darstellung wie in Abb. 12). Teilabb. (b): Vergleich der Entwicklung des Abstandes mit numerischen Simulationen für  $\varphi_c = 0, \pi$  und  $\varphi_c = \varphi_c(z)$ . Teilabb. (c): Vergleich zwischen Simulation und theoretischer Vorhersage (Darstellung und Simulationsparameter wie in Abb. 12;  $\tau_R = 0.117$ ).

#### 4.2 ASYMMETRISCHE SOLITONENPAARE IM GLEICHGEWICHT

Als asymmetrische Paare werden hier zwei  $N = 1$  – Solitonen verschiedener Energie mit unterschiedlichen Solitonenparametern wie Spitzenleistung bzw. Impulsdauer bezeichnet, d.h. Impulspaare mit  $r \neq 1$ . Die Reduktion der Kerr-Wechselwirkung in der NLSE (2.16) in diesem Fall wurde bereits in der Literatur beschrieben [47]. Ursache ist dabei die Rotation der relativen Phase auf Grund der unterschiedlich schnellen Entwicklung des Phasenoffsets (entspricht der Wellenzahl) der einzelnen Solitonen.

Diese unterschiedlichen Wellenzahlen treten auch in der generalisierten NLSE (4.1) auf. Zusätzlich werden die Solitonen abhängig von ihrer Spitzenleistung auf Grund des Raman-Effekts unterschiedlich stark im Zeitbereich beschleunigt. Dies führt zu einer differentiellen Beschleunigung der Solitonen, die jedoch keine Wechselwirkung im eigentlichen Sinne ist. Der Raman-Effekt wirkt auf jedes Soliton individuell. Die relative Beschleunigung existiert auch für den Fall weit entfernter Solitonen, bei denen keine Kerr-Wechselwirkung mehr vorhanden ist und kann abhängig von  $r$  als eine Art 'Anziehung' bzw. 'Abstoßung' betrachtet werden. Sowohl Kerr- als auch Raman-Effekt können zu einem at-

traktiven bzw. repulsiven Verhalten der Impulse führen. Im Folgenden wird gezeigt, in welchen Parameterbereichen die Kombination beider Effekte zu einem Kräftegleichgewicht führen kann.

#### 4.2.1 Bedingung I – das Kräftegleichgewicht

Zunächst werden nur Startimpulse mit der Startgeschwindigkeit null ( $\langle \omega_\Delta \rangle_{U,V} = 0$ ) betrachtet und die zu Beginn der Ausbreitung wirkenden Kräfte berechnet. Für die Solitonen U und V werden die Ansätze

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{P_U} \operatorname{sech}\left(\frac{T + T_\sigma/2}{T_U}\right) \exp\left(i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2}\right) \\ V &= \sqrt{P_V} \operatorname{sech}\left(\frac{T - T_\sigma/2}{T_V}\right) \exp\left(-i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

gewählt. Die Berechnung der Inter-Soliton-Kraft auf U erfolgt äquivalent zu den obigen Beispielen unter Benutzung von Gleichung (3.9). Mit den Abkürzungen  $A = (T + T_\sigma/2)/T_U$  und  $B = (T - T_\sigma/2)/T_V$  findet man

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \langle \omega_\Delta \rangle_U &= \frac{\gamma}{T_U^2 T_V} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\text{neq}} dT \\ \Psi_{\text{neq}} &= \operatorname{sech}^2 A \left\{ P_U T_V \operatorname{sech}^2 A \tanh A + P_V T_U \operatorname{sech}^2 B \tanh B \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{P_U P_V} \operatorname{sech} A \operatorname{sech} B \cos \varphi_{\text{rel}} (T_V \tanh A + T_U \tanh B) \right\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Für V findet man eine äquivalente Gleichung. Die durch den Kerr-Effekt induzierten Kräfte wirken i.A. unterschiedlich auf die Solitonen U und V.

Die Raman-Frequenzverschiebung für U (und gleichermaßen für V) ist gegeben durch

$$\frac{d}{dz} \omega_{\Delta,R,U} = -\frac{8}{15} \frac{(\gamma P_U)^2}{|\beta_2|} T_R \quad (4.12)$$

und ist proportional zum Quadrat der Spitzenleistung des jeweiligen Solitons. Betrachtet man zunächst gleichphasige Solitonenpaare, ergeben sich allein durch den Raman-Effekt folgende drei Fälle:

- (1) Der zeitlich nachfolgende Impuls ist 'heller' (höhere Energie bzw. Spitzenleistung): die differentielle Beschleunigung lässt die Impulse auseinanderlaufen.
- (2) Beide Impulse sind gleich: die differentielle Beschleunigung ist null, der Abstand kann potentiell beibehalten werden.
- (3) Der zeitlich führende Impuls ist 'heller': die differentielle Beschleunigung führt zu einer Annäherung und Kollision der Solitonen.

Die differentielle Raman-Verschiebung  $\Delta \omega_{\Delta,R} = \omega_{\Delta,R,V} - \omega_{\Delta,R,U}$  und die relative Mittenfrequenzverschiebung durch den Kerr-Effekt  $\Delta \langle \omega_\Delta \rangle = \langle \omega_\Delta \rangle_V - \langle \omega_\Delta \rangle_U$  können sich gegenseitig aufheben. In diesem Fall erfahren beide Solitonen die

gleiche Beschleunigung. Dies definiert die *equal acceleration constraint* [V6,V7] bzw. Bedingung I in der Form

$$\text{Bedingung I: } \frac{d}{dz} \Delta \langle \omega_{\Delta} \rangle_{\text{eff}} = \frac{d}{dz} \Delta \langle \omega_{\Delta} \rangle + \frac{d}{dz} \Delta \omega_{\Delta, R} = 0 \quad (4.13)$$

mit der resultierenden effektiven Kraft  $d/dz(\Delta \langle \omega_{\Delta} \rangle_{\text{eff}})$ . Wie die Kerr-induzierte Inter-Soliton-Kraft (ISF) und die differentielle Raman-Selbstfrequenzverschiebung (RSFS) in Abhängigkeit vom Spitzenleistungsverhältnis  $r = P_U/P_V$  und dem auf  $T_V$  normierten Abstand<sup>1</sup>  $\sigma = T_{\sigma}/T_V$  wirken, ist in Abb. 15 gezeigt. In diesem

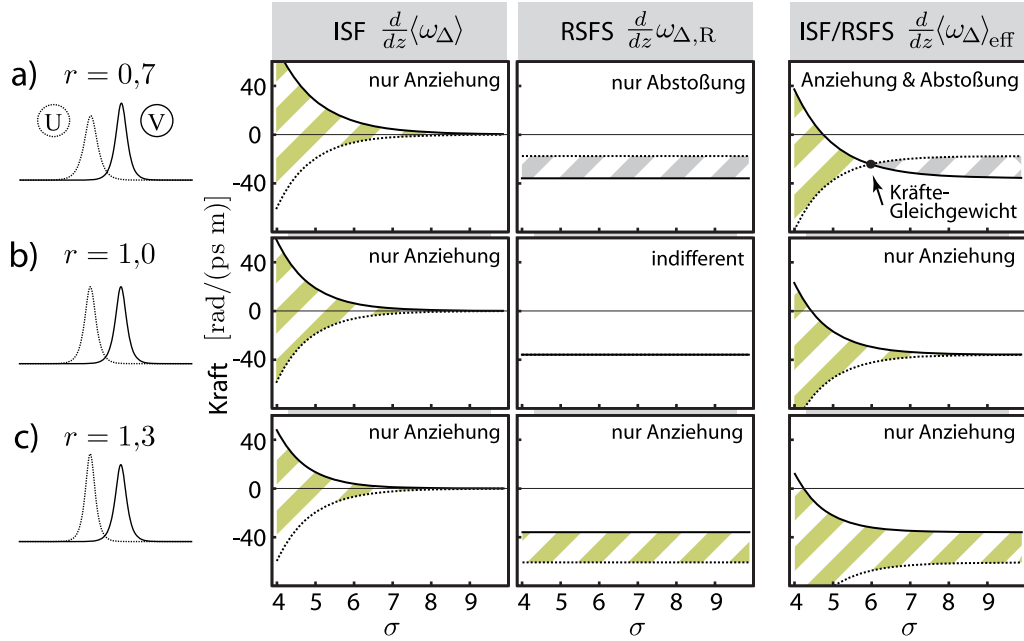


Abbildung 15.: Mittenfrequenzverschiebung der gleichphasigen Solitonen U (gestrichelte Kurve) und V (durchgezogene Kurve) durch den Kerr-Effekt (ISF) und den Raman-Effekt (RSFS) abhängig vom Parameter  $r$ . Die Kerr-Wechselwirkung ist für alle  $r$  attraktiv; der Raman-Effekt kann attraktiv ( $r > 1$ ), indifferent ( $r = 1$ ) oder repulsiv ( $r < 1$ ) wirken. Für  $r < 1$  gibt es definierte Abstände, bei denen ein instabiles Kräftegleichgewicht auftritt. (Parameter für die Berechnung:  $T_V = 28,4$  fs,  $\beta_2 = -21,8$  ps<sup>2</sup> km<sup>-1</sup>,  $\gamma = 0,09$  W<sup>-1</sup> km<sup>-1</sup>,  $\tau_R = 0,07$ )

Beispiel sind die Impulse in gleicher Phase ( $\varphi_c = 0$ ). Die ISF wirkt stets anziehend, wobei die Wirkung des Kerr-Effektes stärker für das hellere Soliton ist. Maßgeblich dafür ist die höhere Spitzenleistung und die damit verbundene stärkere Wirkung der Nichtlinearität sowie die stärkere Beeinflussung des helleren Solitons durch die breitere Flanke des schwächeren Solitons.

Die RSFS entspricht den drei oben beschriebenen Fällen. Nur für den Fall  $r < 1$  gibt es einen ausgezeichneten Abstand, bei dem sich Kerr-Anziehung und Raman-Abstoßung aufheben. Dieses Kräftegleichgewicht ist jedoch instabil. Kleine Abweichungen von diesem Abstand führen zu einer Annäherung der Impulse bei etwas zu geringem Abstand; ein etwas zu großer Abstand führt zu

<sup>1</sup> Hinweis: In diesem System sind zwei  $N = 1$ -Solitonen mit unterschiedlichen Parametern beteiligt. Normierungen beziehen sich deshalb ausschließlich auf das nachfolgende Soliton V.

einem repulsiven Verhalten. Eine rücktreibende Kraft bzw. eine Bindung kommt hier nicht zustande.

Für  $r = 1$ , d.h. symmetrische Impulspaare, gibt es nur für den pathologischen Fall  $\sigma \rightarrow \infty$  eine verschwindende resultierende Kraft, dort sind die Impulse unabhängig. Für  $r > 1$  erfährt das Solitonenpaar eine Anziehung sowohl durch den Kerr- als auch durch den Raman-Effekt. In diesem Bereich existieren keine gleichphasigen Solitonenpaare, die ihren Abstand beibehalten können.

#### 4.2.2 Bedingung II – die konstante relative Phase

Das Kräftegleichgewicht für  $r < 1$  gilt nur für den Eingangsimpuls. Während der weiteren Ausbreitung des Solitonenpaares kann sich i.A. die relative Phase entwickeln bzw. rotieren. In diesem Fall ändert sich die Gleichgewichtssituation durch die sich verändernde relative Phase. Dieses Verhalten wird in Abschnitt 4.2.5 behandelt. Für ein bestimmtes Parametertriplet  $(r, \sigma, \tau_R)$  findet man jedoch auch Solitonenpaare, deren relative Phase erhalten bleibt. In diesen Punkten ist Bedingung II bzw. die *constant phase constraint* [V6] erfüllt.

Die Impulsform des Solitonenpaares verändert sich nicht bei einem Phasenoffset bzw. einer Frequenzverschiebung ('Kippen' der zeitlichen Phase). Die Entwicklung der absoluten Phase eines fundamentalen Solitons im nicht normierten System ist

$$\varphi_0(z) = \frac{1}{2}\gamma P z \quad . \quad (4.14)$$

Für  $r \neq 1$  ist also  $d\varphi_{0,V}(z)/dz \neq d\varphi_{0,U}(z)/dz$ . Mit der Abkürzung  $\varphi_{\text{rel}}(z) = \varphi_{0,V}(z) - \varphi_{0,U}(z)$  ist die Änderung der relativen Phase durch die nichtlineare Phasenentwicklung

$$\frac{d}{dz}\varphi_{\text{rel}} = \frac{1}{2}\gamma(P_V - P_U) = \frac{1}{2}\gamma P_V(1 - r) \quad . \quad (4.15)$$

Zusätzlich zu dieser Entwicklung muss die Wechselwirkung der Solitonen betrachtet werden. Die Bedingung I (Kräftegleichgewicht; gleiche Beschleunigung) garantiert, dass die zeitlichen Phasenfunktionen beider Solitonen denselben Anstieg im mitbewegten Bezugssystem aufweisen (gleiche Mittenfrequenzen). In diesem Fall ist die relative Phase zu jeder Zeit  $t$  konstant. Besitzen die Impulse jedoch eine relative Geschwindigkeit, sind die Anstiege der zeitlichen Phasenfunktionen nicht gleich und die relative Phase variiert entlang der  $t$ -Achse. Deshalb wird hier wieder die relative Phase bezogen auf das Zentrum des Impulspaars am Punkt  $T_c = \hat{T}_U + T_\sigma/2 = \hat{T}_V - T_\sigma/2$  betrachtet. Man erhält für die Entwicklung der relativen Phase von Solitonenpaaren, die dem Raman-Effekt unterliegen

$$\frac{d}{dz}\varphi_c(T_c) = \frac{\gamma}{2}P_V(r - 1) - \frac{T_\sigma}{2}\frac{d}{dz}(\langle\omega_\Delta\rangle_{U,\text{eff}} + \langle\omega_\Delta\rangle_{V,\text{eff}}) \quad (4.16)$$

mit  $\langle\omega_\Delta\rangle_{U,\text{eff}} = \langle\omega_\Delta\rangle_U + \omega_{\Delta,R,U}$  und  $\langle\omega_\Delta\rangle_{V,\text{eff}} = \langle\omega_\Delta\rangle_V + \omega_{\Delta,R,V}$ . Bedingung II für eine konstante relative Phase lautet dann

$$\text{Bedingung II: } \frac{d}{dz}\varphi_c(T_c) = 0 \quad . \quad (4.17)$$

Diese Bedingung allein ist nicht hinreichend für die Bildung eines Solitonenpaares. Nur in Verbindung mit dem Kräftegleichgewicht kann sich ein Impulspaar mit konstanter Phase bilden. Für welche Parameter ( $\sigma, r$ ) beide Bedingungen erfüllt sind, ist in der linken Darstellung von Abb. 16 gezeigt. Um ein Kräftegleich-

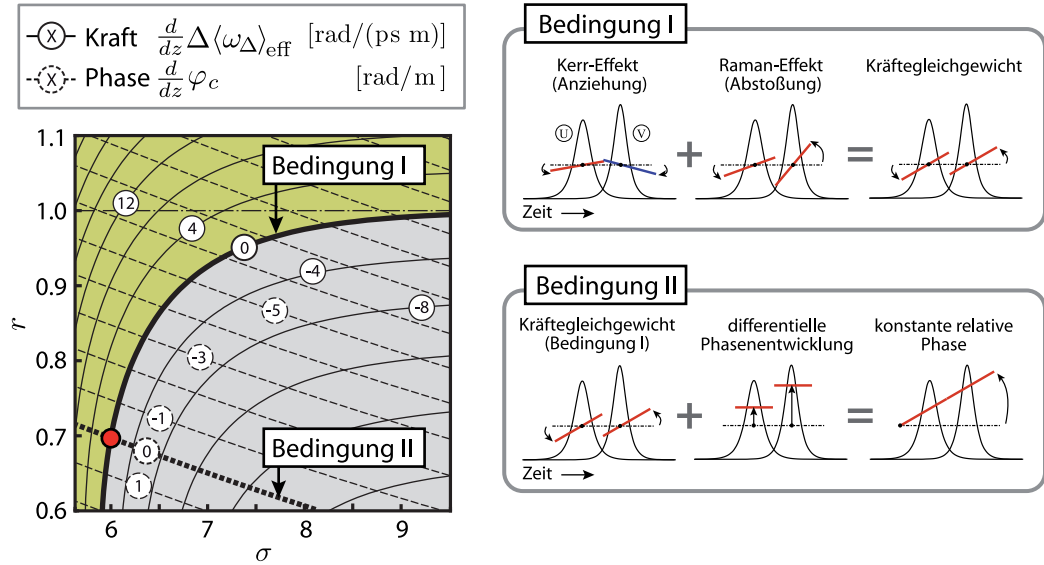


Abbildung 16.: Linke Darstellung: Wirkende Kräfte auf ein gleichphasiges Solitonenpaar in Abhängigkeit vom Spitzenleistungsverhältnis  $r$  und Abstand  $\sigma$ . Entlang der durchgezogenen Kurve ( $d/dz \Delta \langle \omega_{\Delta} \rangle_{\text{eff}} = 0$ ) ist das Kräftegleichgewicht (Bedingung I) erfüllt. Entlang der gestrichelten Kurve ( $d/dz \varphi_c = 0$ ) bleibt die relative Phase erhalten. Gelbe/grauere Bereiche markieren eine potentielle Anziehung/Abstoßung. Rechte Darstellung: Schema für ein Kräftegleichgewicht und eine konstante relative Phase eines gleichphasigen Solitonenpaares (Parameter wie in Abb. 15).

gewicht (Bedingung I – durchgezogene, dicke Kurve in Abb. 16) zu erhalten, muss das Spitzenleistungsverhältnis  $r$  mit geringer werdendem Abstand kleiner werden. Dies ist offensichtlich, da bei kleinerem Abstand die Kerr-Anziehung stärker wird und diese durch eine stärkere differentielle Raman-Beschleunigung ausgeglichen werden muss. Dafür muss das Spitzenleistungsverhältnis  $r$  immer stärker von 1 abweichen. In den gelb gefärbten Bereichen bewirkt das Kräfteungleichgewicht eine Anziehung durch den dominierenden Kerr-Effekt; in den grauen Bereichen dominiert die differentielle Raman-Beschleunigung und die Pulse werden sich potentiell entfernen.

Der rote Punkt in der Darstellung markiert das Parameterpaar ( $\sigma, r$ ) für den hier betrachteten Wert von  $\tau_R$ , bei dem zugleich beide Bedingungen erfüllt sind. In der rechten Darstellung von Abb. 16 sind schematisch die Bedingungen für ein Solitonenpaar mit  $r < 1$  skizziert. Die wirkenden Kräfte entsprechen einem 'Kippen' der zeitlichen Phasenfunktionen während der Ausbreitung. Der Kerr-Effekt bewirkt eine Rot- bzw. Blauverschiebung des vorausgehenden bzw. nachfolgenden Solitons. Der Raman-Effekt erzeugt eine stärkere Rotverschiebung des nachfolgenden Solitons. Durch das Wirken beider Effekte werden beide Solitonen gleich beschleunigt (Bedingung I) und können potentiell ihren Abstand beibehalten. Ist nun der Quotient aus der Differenz der Wellenzah-

len der Solitonen (absolute Phasenentwicklung) und dem Abstand gleich dem Anstieg der zeitlichen Phasenfunktionen bzw. der Beschleunigung des Paarschwerpunkts, bleibt die relative Phase erhalten. Der gesamte Doppelimpuls bleibt bis auf eine lineare Frequenzverschiebung sowohl in Phase als auch Amplitude unverändert.

#### 4.2.3 Typen von Solitonenpaaren

Aus dieser Betrachtung werden zwei Arten von Solitonenpaaren definiert, die sich in ihrer Phasendynamik unterscheiden:

- (I) *Typ-I-Solitonenpaare* mit rotierender Phase; Bedingung I ist erfüllt, aber nicht Bedingung II; das Kräftegleichgewicht ändert sich dynamisch durch die rotierende relative Phase.
- (II) *Typ-II-Solitonenpaare* mit konstanter Phase; Bedingungen I und II sind erfüllt; die Impulsform des Solitonenpaares ändert sich nicht und das Kräftegleichgewicht bleibt unverändert.

Die Parameter  $\sigma$  und  $r$  eines Typ-II-Solitonenpaares variieren mit der Raman-Zeitkonstante  $\tau_R$ . Dies ist in Abb. 17 gezeigt, die roten Kreise markieren Parame-

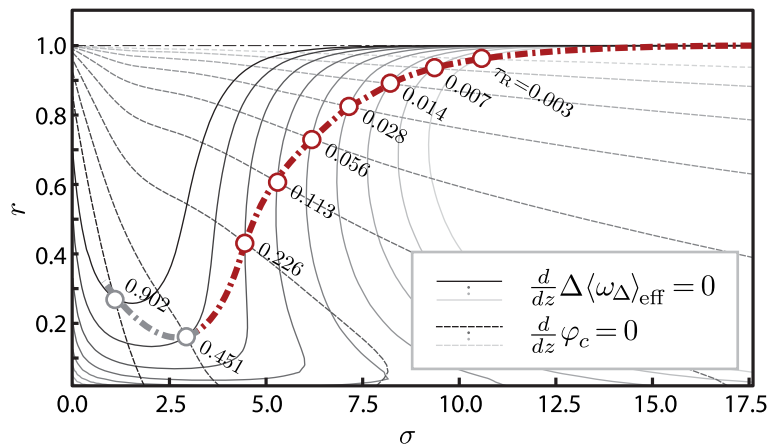


Abbildung 17.: Parametertriplets  $(\sigma, r, \tau_R)$ , bei denen Bedingung I (durchgezogene Kurven) und Bedingung II (gestrichelte Kurven) erfüllt sind. Je größer der Einfluss des Raman-Effekts ist, desto kleiner werden  $\sigma$  und  $r$ . Für  $\sigma < 3$  ist der Störungsansatz nicht mehr anwendbar.

tertriplets  $(\sigma, r, \tau_R)$ , bei denen sowohl ein Kräftegleichgewicht herrscht als auch eine konstante relative Phase vorhanden ist. Mit zunehmender Stärke des Raman-Effekts werden sowohl  $r$  als auch  $\sigma$  kleiner. Zum einen erfordert der notwendige Kräfteausgleich durch den Kerr-Effekt mit zunehmender Raman-Verschiebung kleinere Abstände, zum anderen ist aus der geometrischen Betrachtung in Abb. 16 klar, dass kleinere Abstände größere Wellenzahl-Differenzen (also ein kleineres  $r$ ) erfordern, um eine konstante relative Phase zu garantieren. Wie bereits erwähnt, ist der hier verwendete Störungsansatz für Impulsabstände kleiner als  $\sigma \approx 3$  nur bedingt anwendbar. Daher kann für Werte von  $\tau_R > 0,4$  keine Aussage getroffen werden.



#### 4.2.4 Alternative theoretische Ansätze für Typ-II-Solitonenpaare

Solitonenpaare des Typs II mit konstanter Phase existieren nur an einem Punkt im Parameterraum  $(\sigma, r, \tau_R)$ . Die direkte Berechnung der Parameter  $\sigma(\tau_R)$  und  $r(\tau_R)$  für diesen Paartyp ist mit dem obigen Störungsansatz nur numerisch möglich, da sich das Integral (4.11) nicht analytisch lösen lässt. Eine Alternative sei im Folgenden vorgestellt.

In Abschnitt 2.4.4 wurde aus den Eigenwerten  $\tilde{\eta}_{1,2}$  des Breathers (gleichphasiges symmetrisches Solitonenpaar in der NLSE) ein Ausdruck für die Kollisionsstrecke  $\xi_{\text{Koll}}$  der Solitonen im normierten System mit dem Startabstand  $\sigma$  entwickelt

$$\xi_{\text{Koll}} = \frac{1}{2} \frac{\pi \cosh(\sigma/2)}{1 + \sigma \operatorname{csch}(\sigma)} \quad (4.18)$$

Mit einem einfachen Bewegungsansatz (konstante Beschleunigung  $\rightarrow p = 2$ )

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d}{d\xi} \Delta\langle\Omega\rangle \right) \xi_{\text{Koll}}^p + \sigma = 0 \quad , \quad (4.19)$$

wird eine effektiv wirkende Kraft berechnet. Dies ist eine Näherung, da die Betrachtung in Abschnitt 2.4.4 auf identischen Solitonen mit  $r = 1$  beruht und die Kraftwirkung auf die Solitonen nur näherungsweise konstant ist. Im weiteren wird deshalb  $p = 2.19$  gesetzt. Damit ergibt sich die relative Kerr-induzierte Mittenfrequenz-Änderung zu

$$\frac{d}{d\xi} \Delta\langle\Omega\rangle = -8\sigma \left( \frac{1 + \sigma \operatorname{csch}(\sigma)}{\pi \cosh(\sigma/2)} \right)^p \quad (4.20)$$

Der Raman-Frequenzshift  $d\omega_{\Delta,R}/dz$  eines Solitons ist im normierten System mit  $\Omega_R = \omega_{\Delta,R}T_0$ ,  $\tau_R = T_R/T_0$  und  $\xi = z/L_D$  sowie dem Skalierungsparameter  $\eta$  des Solitons gegeben durch

$$\frac{d}{d\xi} \Omega_R = -\frac{8}{15} \tau_R \eta^4 \quad (4.21)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird wieder das nachfolgende Soliton eines Paares  $v$  als Norm- bzw. Referenzsoliton behandelt ( $\eta_v = 1$ ). Die differentielle Raman-Verschiebung ist dann durch

$$\frac{d}{d\xi} \Delta\Omega_R = -\frac{8}{15} \tau_R (r^2 - 1) \quad (4.22)$$

gegeben und aus dem Kräftegleichgewicht (Bedingung I) folgt für  $r$

$$r_I = \sqrt{-\frac{15\sigma}{\tau_R} \left( \frac{1 + \sigma \operatorname{csch}(\sigma)}{\pi \cosh(\sigma/2)} \right)^2 + 1} \quad (4.23)$$

Beim Typ-II-Solitonenpaar wirkt der Kerr-Effekt ständig anziehend, der Raman-Effekt ständig abstoßend. Der Kerr-Effekt beeinflusst hellere Solitonen stärker in ihrer Bewegung als schwächere Solitonen. Um die geometrische Beziehung für die Bedingung II (siehe Abb. 16) zu nutzen, muss eine Schwerpunktsbeschleunigung des Paares bestimmt werden. Auf Grund der ungleichen Wirkung



des Kerr-Effektes muss hier ein gewichteter Mittelwert aus den individuellen Raman-Beschleunigungen der Form

$$\frac{d}{d\xi} \overline{\Omega}_R = -\frac{1}{\eta_v^2 + \eta_u^2} \frac{d}{d\xi} (\eta_u^2 \Omega_{R,v} + \eta_v^2 \Omega_{R,u}) = -\frac{8}{15} \tau_R r \quad (4.24)$$

benutzt werden. Aus den Phasenoffsets  $\partial \varphi_{0,u,v}/\partial \xi = \eta_{u,v}^2/2$  der Solitonen folgt eine differentielle Entwicklung  $\partial \varphi_{\text{rel,II}}/\partial \xi = (1-r)/2$ . Damit folgt für  $r$  (Bedingung II) aus der geometrischen Relation

$$\frac{d}{d\xi} \overline{\Omega}_R = \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel,II}} \right) / \sigma \quad (4.25)$$

die einfache Beziehung

$$r_{\text{II}} = \frac{15}{15 + 16\tau_R \sigma} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{15(1-r)}{16\tau_R} \left( \frac{1}{r} \right) \quad (4.26)$$

Einsetzen von (4.26) in (4.23) mit  $r_{\text{I}} = r_{\text{II}}$  ergibt eine transzendente Gleichung für  $r(\tau_R)$

$$r^2 + \frac{15}{\tau_R} \left[ \frac{1}{\pi} \text{sech}(\Gamma/2) \{1 + \text{csch}(\Gamma) \Gamma\} \right]^p \Gamma = 1 \quad ; \quad \Gamma = \frac{15(1-r)}{16\tau_R r} \quad (4.27)$$

Sowohl  $r(\tau_R)$  als auch  $\sigma(\tau_R)$  lassen sich nur in dieser Form angeben. Gleichungen (4.23) und (4.26) lassen sich jedoch in ein Polynom 3. Grades für  $\tau_R$  umformen. Dieses könnte mittels eines geeigneten Verfahrens, wie z.B. der Anwendung der CARDANOSchen Formeln, analytisch gelöst werden, um  $\tau_R(\sigma)$  anzugeben. Für ein gegebenes  $\tau_R$  kann  $r$  numerisch aus (4.27) bestimmt werden. Aus (4.26) folgt dann  $\sigma$ . Im Folgenden wird dieser Ansatz als *Breather-Ansatz* bezeichnet.

Eine weitere Behandlung des Problems wurde in [V6] und [140] vorgestellt und basiert auf der Betrachtung des Systems als Gravitationspotential. Dabei wird mittels einer Gagnon-Bélanger-Transformation [50, 53] das linear mitbewegte Bezugssystem der generalisierten NLSE (4.1) in ein beschleunigtes Bezugssystem transformiert. Die Beschleunigung des Bezugssystems entspricht dabei der Raman-Beschleunigung des betrachteten Normsolitons. Mit einem Ansatz für die Kerr-Wechselwirkung (siehe [140]) und einem (4.26) ähnlichen geometrischen Ansatz für das Arrangement der Solitonen wird ebenfalls eine transzendente Gleichung für  $r(\tau_R)$  und  $\sigma(r, \tau_R)$  angegeben

$$\left( \pi \frac{16}{15} \tau_R \right)^2 \frac{1+r}{(1+\sqrt{r})^4} \exp \left[ \frac{15(1+\sqrt{r})(1-r)}{32\tau_R} \right] = 1 \quad ; \quad \sigma = \frac{15(1-r)}{16\tau_R} \quad (4.28)$$

Vergleicht man die Beziehungen für  $\sigma(r, \tau_R)$  in (4.26) und (4.28), besteht der Unterschied im Faktor  $1/r$ , der aus der gewichteten Schwerpunktsbeschleunigung in (4.24) herrührt. Hier findet sich ein Problem des Gravitationsansatzes. Der Bezug auf die Beschleunigung eines einzelnen ungestörten Solitons führt im Falle von Typ-II-Solitonenpaaren (bzw. -ketten; siehe Abschnitt 4.3.1) zu Abweichungen, da der gemeinsame Schwerpunkt des Paares eine mit dem Faktor  $r$  verringerte Beschleunigung erfährt.

#### 4.2.5 Parameterentwicklung und Existenzbereich von Typ-(I/II)-Solitonenpaaren

Die Entwicklung der Paar-Parameter  $\eta_u, \eta_v, r$  und  $\varphi_{\text{rel}}$  während der Ausbreitung gibt Einblick in das dynamische Kräftegleichgewicht von Solitonenpaaren unter Einfluss des Raman-Effekts. Unter Annahme einer gleichen Beschleunigung der Solitonen ( $\sigma = \text{const.}$ , Bedingung I ist erfüllt), lässt sich die Parameter-Entwicklung aus einem erweiterten geometrischen Ansatz ähnlich wie (4.25) bestimmen

$$\frac{d}{d\xi} \overline{\Omega}_R = \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel,II}} + \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel}} \right) / \sigma \quad . \quad (4.29)$$

Für die Änderung der relativen Phase findet man damit

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel}}(r, \eta_v) = \frac{8}{15} \tau_R \eta_v^4 \sigma - \frac{1}{2} \eta_v^2 (1 - r) \quad . \quad (4.30)$$

In Abschnitt 2.4.5 wurde bereits Gleichung (2.43) zur Bestimmung der Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses  $\partial r / \partial \xi$  hergeleitet, die hier ebenfalls benutzt wird. Weiterhin wird angenommen, dass die Energie des Paares  $E_{\text{pair}} = 2\eta_u + 2\eta_v$  konstant sei und als Näherung der Summe der Einzelsolitonenenergien entspricht. Damit lassen sich dann Gleichungen für die schrittweise Berechnung der Parameter angeben. Für einen Schritt  $\Delta \xi$  gilt

$$\begin{aligned} r_n \rightarrow r_{n+1} &: r_{n+1} = r_n + \frac{\partial}{\partial \xi} r(\eta_{u,n}, \eta_{v,n}, \varphi_{\text{rel},n}) \Delta \xi, \\ \varphi_{\text{rel},n} \rightarrow \varphi_{\text{rel},n+1} &: \varphi_{\text{rel},n+1} = \varphi_{\text{rel},n} + \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_{\text{rel}}(\eta_{v,n}, r_n) \Delta \xi, \\ \eta_{v,n} \rightarrow \eta_{v,n+1} &: \eta_{v,n+1} = \frac{1 + \sqrt{r_n}}{1 + \sqrt{r_{n+1}}} \eta_{v,n} \\ \eta_{u,n} \rightarrow \eta_{u,n+1} &: \eta_{u,n+1} = \sqrt{r_{n+1}} \eta_{v,n+1} \quad . \end{aligned} \quad (4.31)$$

In Abb. 18 ist die Entwicklung von  $r(\xi)$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  gleichphasiger Solitonenpaare über eine Strecke von  $\xi = 100$  ( $\approx 64$  Solitonenperioden) für vier verschiedene Eingangsparametersätze dargestellt. Die Eingangsparameter  $r_0$  und  $\sigma_0$  bewegen sich entlang der Linie gleicher Beschleunigung (siehe Abb. 15, Bedingung I). Abb. 18(a) zeigt die Entwicklung von  $r(\xi)$  und Abb. 18(b) die Entwicklung der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$ . Aus diesen Ergebnissen lassen sich Aussagen über den Existenzbereich von Typ-I-Solitonenpaaren treffen. Das erste Beispiel ( $r_0 = 0.99, \sigma_0 = 9.0$ ) entspricht einem hohen Eingangsabstand und näherungsweise identischen Solitonen. Das Spitzenleistungsverhältnis variiert nur minimal, die relative Phase rotiert jedoch sehr schnell. Dies entspricht der in Abschnitt 4.1 diskutierten reduzierten Wechselwirkung der Solitonen [V3].

Das zweite Beispiel ( $r_0 = 0.82, \sigma_0 = 6.2$ ) besitzt bereits eine deutliche Asymmetrie der Solitonen, jedoch ist Bedingung II der konstanten relativen Phase noch nicht erreicht. Dies ist ein interessanter Fall: das Spitzenleistungsverhältnis kann Werte  $r > 1$  während der Ausbreitung erreichen. Die physikalische Erklärung für diesen Umstand ist folgende: Ist die Phasenentwicklung positiv (siehe Abb. 18(b)) ist kurz nach Beginn der Ausbreitung das zeitlich führende (schwächere) Soliton führend in der Phase. Aus den Betrachtungen in Abschnitt 2.4.5 bedeutet dies, dass Energie vom nachfolgenden, helleren Soliton

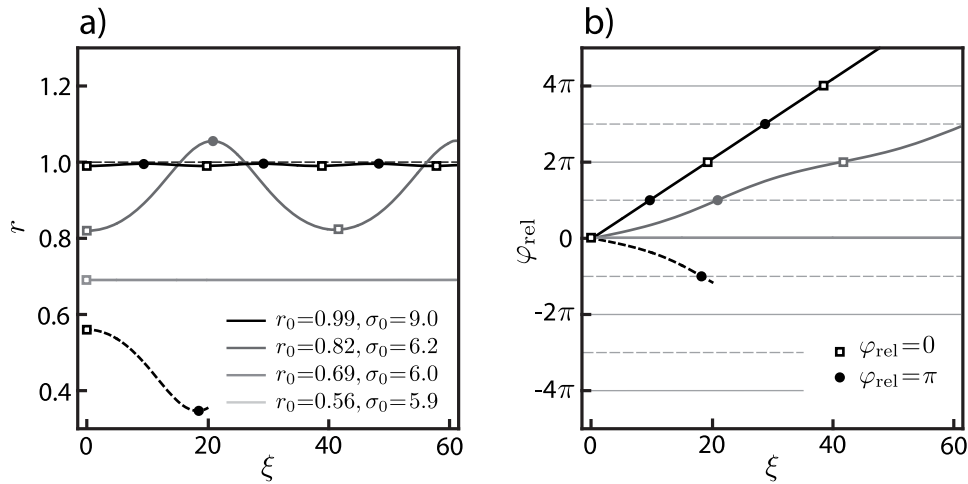


Abbildung 18.: Entwicklung der Parameter  $r(\xi)$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  eines gleichphasigen Solitonenpaares berechnet aus (4.31) mit der Raman-Konstanten  $\tau_R = 0,07$ . Die Startwerte  $r_0 = 0,99$  und  $r_0 = 0,82$  entsprechen Typ-I-Solitonenpaaren,  $r_0 = 0,69$  entspricht dem Typ-II-Solitonenpaar. Bei  $r_0 = 0,56$  führt die Umkehrung der Phasenentwicklung zum Aufbrechen des Paares.

auf das führende transferiert wird. Die Richtung des Energietransfers kehrt sich um, nachdem eine relative Phase von  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  erreicht ist. Die Maxima von  $r$  korrespondieren zu einer relativen Phase von  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ . Für die differentielle Raman-Beschleunigung bedeutet ein Wert  $r > 1$  eine effektive Anziehung der Solitonen. Durch die nun gerade in diesem Bereich gegenphasigen Solitonen wirkt der Kerr-Effekt abstoßend. Das zu Beginn herrschende Kräftegleichgewicht kann sich also potentiell umkehren, bzw. Kerr- und Raman-Effekt haben die umgekehrte Wirkung auf die Solitonen. Das instabile Kräftegleichgewicht kann in diesem Bereich trotz (langsamer) Phasenrotation und Spitzenleistungsänderung aufrecht erhalten werden.

Das dritte Beispiel ( $r_0 = 0.69, \sigma_0 = 6.0$ ) entspricht dem Typ-II-Solitonenpaar. Die Phasenrotation ist null, das instabile Kräftegleichgewicht ist stationär. Für Werte von  $r$  kleiner als das Spitzenleistungsverhältnis des Typ-II-Solitonenpaares wird die Phasenentwicklung negativ. Dies bedeutet einen Energietransfer vom schwächeren führenden Soliton auf das hellere nachfolgende. Der Parameter  $r$  wird also noch kleiner, was eine zunehmende Abstoßung durch die differentielle Raman-Beschleunigung bedeutet. Zusätzlich dreht die relative Phase auf  $\pi$  und der Kerr-Effekt wirkt ebenfalls abstoßend. Kerr-Abstoßung und verstärkte Raman-Abstoßung werden in diesem Bereich ein sofortiges Auseinanderbrechen des Solitonenpaares bewirken.

Für anfänglich gleichphasige Solitonenpaare ergibt sich aus diesen Betrachtungen ein Existenzbereich von  $r_{\text{II}} < r < 1$  und  $\sigma_{\text{II}} < \sigma < \infty$ . Das Typ-II-Solitonenpaar mit den Kenngrößen  $(r_{\text{II}}, \sigma_{\text{II}})$  markiert also den Endpunkt des Existenzbereichs aller Typ-I-Solitonenpaare.

#### 4.2.6 Stabilität der Solitonenpaare

Die Stabilität von Typ-I und Typ-II-Solitonenpaaren soll im Folgenden diskutiert werden. In Abb. 16 wurden die resultierenden Kräfte  $d/dz(\Delta\langle\Omega\rangle_{\text{eff}})$  auf die Paare abhängig von  $r_0$  und  $\sigma_0$  für anfänglich gleichphasige Paare gezeigt. Das Kräftegleichgewicht  $d/dz(\Delta\langle\Omega\rangle_{\text{eff}}) = 0$  ist in diesem Fall instabil, da zu kleine Abstände zu einer Anziehung führen und zu große Abstände in einer Abstoßung resultieren. Bei Typ-I-Solitonenpaaren rotiert jedoch die relative Phase  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  und korrespondierend dazu oszilliert das Spitzenleistungsverhältnis  $r(\xi)$  bei der weiteren Ausbreitung um  $r = 1$  (siehe Abschnitt 4.2.5).

Für diese Paare ist hier eine zusätzliche Aussage zu treffen. Für Abstände  $\sigma > 5$  und Phasenwerte von  $\pi/2 < \varphi_{\text{rel}} < 3\pi/2$  wirkt der Kerr-Effekt abstoßend auf die Solitonen (vgl. Abb. 10 und Abb. 11). Dies ist hier für Werte  $r > 1$  gegeben. Zu kleine Abstände führen in diesem Bereich zu einer Abstoßung, zu große Abstände zu einer Anziehung durch die differentielle Raman-Beschleunigung. Bei  $r > 1$  besteht demzufolge ein stabiles Gleichgewicht des Paares, bei  $r < 1$  ein instabiles Kräftegleichgewicht. Das Auseinanderbrechen der Paare findet im instabilen Bereich statt, auseinander laufende Solitonenpaare besitzen nach Trennung immer ein Leistungsverhältnis  $r < 1$ .

Leicht veranschaulichen lässt sich die Stabilität der Paare durch die Darstellung des effektiv wirkenden Potentials  $V(\sigma, \xi)$ , in dem sich die Paare bewegen. Für die resultierende Kraft gilt

$$\frac{d}{d\xi}\Delta\langle\Omega\rangle_{\text{eff}}(r(\xi), \sigma, \varphi_{\text{rel}}(\xi)) \propto -\frac{\partial}{\partial\sigma}V(\sigma, \xi) \quad . \quad (4.32)$$

Das Potential kann aus der resultierenden Kraft (4.13) mit den Parametern  $r(\xi)$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  aus (4.31) berechnet werden. Das lokale Potential ist in Abb. 19(a) für ein Typ-I-Solitonenpaar gezeigt. Die mit 0 und  $\pi$  markierten Linien zeigen den Ort der entsprechenden relativen Phase. Die rote Linie entspricht der Trajektorie des Solitonenabstandes  $\sigma$ . Das Kräftegleichgewicht des Paares ist abwechselnd instabil ( $\varphi_{\text{rel}} = 0$ ) bzw. stabil ( $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ ). In Abb. 19(b) ist das entsprechende Potential des Typ-II-Paares zu sehen, das sich nicht ändert und einem instabilen Kräftegleichgewicht entspricht. Grund dafür sind die konstanten Parameter  $r(\xi) = r_{\text{II}}$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi) = \varphi_{\text{rel},0}$ . Für Solitonenpaare unter Einfluss des Raman-Effekts gibt es keine Parameterkonfiguration, bei der ein dauerhaft stabiles Kräftegleichgewicht auftritt. Eine anhaltende Bindung der Solitonen gibt es nicht.

#### 4.2.7 Vergleich mit numerischen Simulationen

Aus der theoretischen Betrachtung von Paaren fundamentaler Solitonen unter Einfluss des Raman-Effekts im Teilchenbild ergeben sich Parametertripletts  $(\sigma, r, \tau_R)$ , bei denen instabile Kräftegleichgewichte der Solitonen vorhergesagt werden. Die Überprüfung dieser Vorhersagen mittels numerischer Simulationen wird im Folgenden behandelt.

In Abschnitt 4.2.2 wurde in Abb. 16 skizziert, bei welchen Wertepaaren  $(\sigma, r)$  Bedingung I und II für gleichphasige Solitonenpaare erfüllt sind. Diese Betrachtung lässt sich auf alle Startwerte der relativen Phase erweitern. Dies

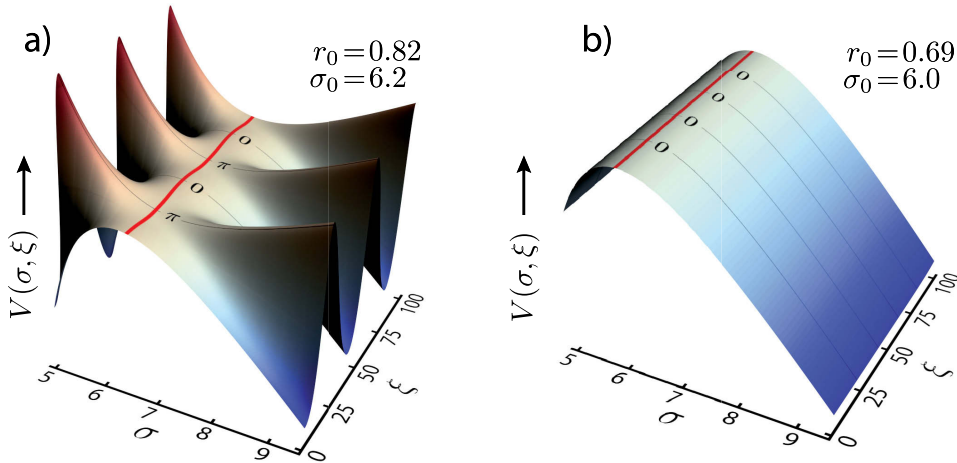


Abbildung 19.: Bindungspotential  $V(\sigma, \xi)$  eines (a): Typ-I-Solitonenpaares und (b): Typ-II-Solitonenpaares während der Ausbreitung. Eine rotierende relative Phase führt zu abwechselnden stabilen und instabilen Kräftegleichgewichten. Ein Impulspaar mit konstanter relativer Phase ist immer instabil.

ist beispielhaft in den Teilabbildungen (a)–(c) von Abb. 20 für die Startwerte  $\varphi_{\text{rel},0} = 0, \pi/2, \pi$  gezeigt. Während die Entwicklung der relativen Phase (Bedingung II) näherungsweise unabhängig von  $\varphi_{\text{rel},0}$  ist, ändert sich der Wertebereich  $(\sigma, r)$  für Bedingung I deutlich. Zu Beginn der Ausbreitung müssen gleichphasige Typ-I-Solitonenpaare ein Leistungsverhältnis  $r < 1$  aufweisen, bei zu Beginn gegenphasigen Typ-I-Solitonenpaaren kann nur bei  $r > 1$  ein Kräftegleichgewicht eingestellt werden (siehe Abschnitt 4.2.6). Diese Aussage ist ebenfalls offensichtlich, wenn man beispielsweise die Parameterentwicklung des langsam rotierenden Typ-I-Solitonenpaares ( $r_0 = 0,82$ ) in Abb. 18(a) betrachtet. Entlang dieser Trajektorie kann an jeder Stelle  $\xi$ , der Parametersatz  $(r(\xi), \varphi_{\text{rel}}(\xi))$  als Startwert des gleichen Solitonenpaares gewählt werden.

Die Teilabbildungen (d)–(f) von Abb. 20 zeigen die korrespondierenden numerischen Simulationen zu (a)–(c). Jede Teilabbildung entspricht 5000 Einzelsimulationen der Ausbreitung über 10 Solitonenperioden. Die Änderung der FWHE<sup>2</sup>-Breite wird als Wert für die Abstandsänderung  $\Delta\sigma = |\sigma_0 - \sigma(\xi)|$  genutzt. Der Maximalwert  $\Delta\sigma_{\text{max}}$  ist farblich kodiert aufgetragen in den Bereichen minimaler Abstandsänderung ( $\Delta\sigma_{\text{max}} < 1\%$ ). Diese 'Zungen' folgen im Wesentlichen den Kurven des Kräftegleichgewichts (Bedingung I). Weiße Punkte in allen Teilabbildungen markieren ein theoretisch vorhergesagtes ( $r_0 = 0,82, \sigma_0 = 6,25$ ) und numerisch gefundenes ( $r_0 = 0,82, \sigma_0 = 6,55$ ) Typ-I-Solitonenpaar mit rotierender Phase. Wie in Abschnitt 4.2.5 beschrieben, verändern sich die Parameter des Paares während der Ausbreitung. Man findet also das gleiche Paar mit verschiedenen Startwerten der relativen Phase. Rote Punkte in den Teilabbildungen (a) und (d) markieren das theoretisch vorhergesagte ( $r_{\text{II}} = 0,69, \sigma_{\text{II}} = 6,00$ ) und numerisch gefundene ( $r_{\text{II}} = 0,70, \sigma_{\text{II}} = 6,25$ ) Typ-II-Solitonenpaar mit der (unveränderlichen) relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}} = 0$ . In Teilabbildung (d) ist deutlich

2 engl.: full width at half energy

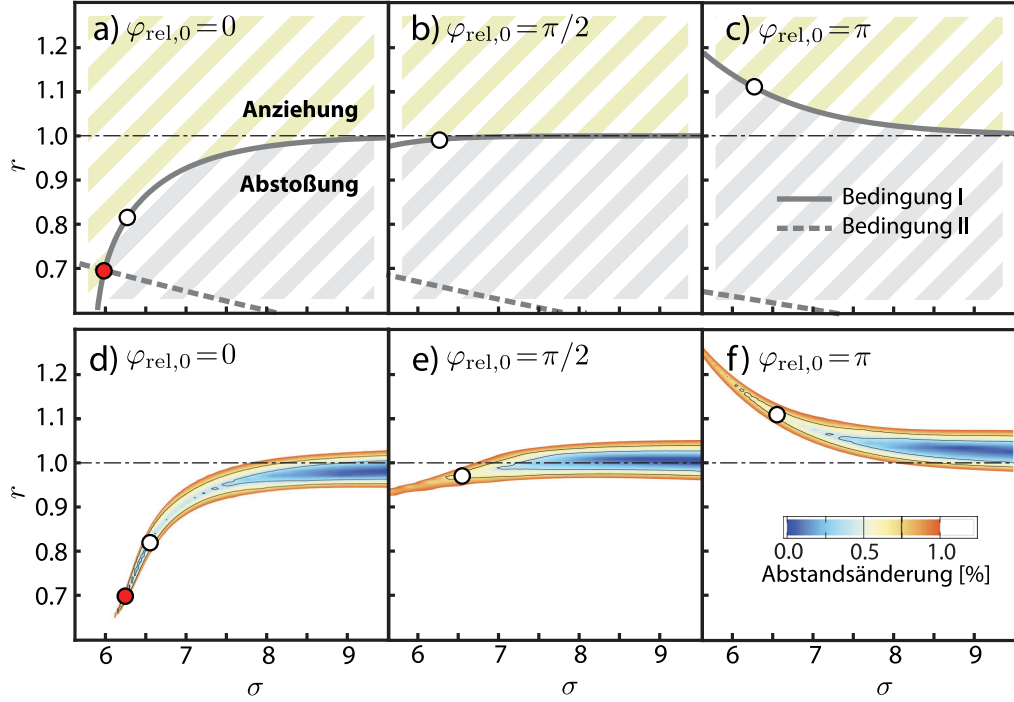


Abbildung 20.: Teilabb. (a)–(c): Vorhersagen für Bedingung I (durchgezogene Kurven) und Bedingung II (gestrichelte Kurven) aus dem Störungsansatz (Abschnitt 4.2.1) für verschiedene relative Startphasen  $\varphi_{\text{rel},0}$ . Teilabb. (d)–(f): korrespondierende numerische Simulationen zu Teilabb. (a)–(c). Dargestellt ist die maximale Abweichung des Solitonenabstandes  $\sigma$  während der Ausbreitung über 10 Solitonenperioden, berechnet aus der Änderung der FWHE-Breite. Die Bereiche minimaler Abstandsänderung folgen im Wesentlichen den Kurven der Bedingung I. Die roten Punkte markieren das vorhergesagte und numerisch gefundene Parametertripler ( $\sigma, r, \tau_R$ ) des Typ-II-Solitonenpaares ( $\tau_R = 0,07$ ). Die weißen Punkte entsprechen dem in Abb. 21 gezeigten Typ-I-Solitonenpaar.

zu sehen, dass die 'Zunge' für  $r < r_{\text{II}}$  und  $\sigma < \sigma_{\text{II}}$  schnell abbricht. Dieser Bereich ist außerhalb des in Abschnitt 4.2.5 hergeleiteten Existenzbereichs des Typ-I-Solitonenpaares. Aus dem Störungsansatz ergibt sich, dass es ebenfalls Typ-II-Solitonenpaare mit einer leicht von null verschiedenen relativen Phase bei kleineren Abständen geben müsste. Diese Paare konnten jedoch in numerischen Simulationen nicht gefunden werden. Als Ursache dafür kommt in Frage, dass ein Sech-förmiger Impuls keine exakte Lösung von Gl.(4.1) ist. Die daher unvermeidliche Abstrahlung dispersiver Wellen zerstört das mit kleiner werdendem Abstand zunehmend instabile Kräftegleichgewicht.

Beispielhaft ist die numerisch simulierte Ausbreitung des Typ-I-Solitonenpaares (weißer Punkt) in Abb. 21 und des Typ-II-Solitonenpaares (roter Punkt) in Abb. 22 dargestellt. Die Teilabbildungen 21(a) und 22(a) zeigen die Entwicklung im Zeitbereich. Der Abstand der Solitonen ändert sich nicht. Im Spektrum (b) ist deutlich die Phasenrotation des Typ-I-Paares durch den Wechsel der spektralen Fringes zu erkennen. Das Spektrum des Typ-II-Paares ändert sich wie erwartet nicht, bis auf die lineare Rotverschiebung, die durch die Schwerpunktsbeschleunigung



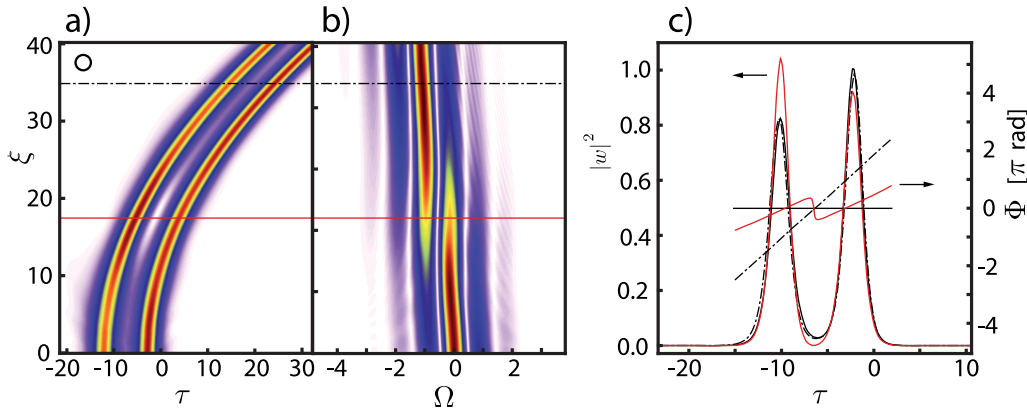


Abbildung 21.: Ausbreitung eines Typ-I-Solitonenpaares mit rotierender relativer Phase im Zeit- und Frequenzbereich (Feldbetrag) über 25 Solitonenperioden. Rechts: Leistungsprofil des Solitonenpaares zu Beginn der Ausbreitung (durchgezogen), nach  $11 \xi_{\text{sol}}$  (gestrichelt) nach  $22 \xi_{\text{sol}}$  (strich-punktiert). Die relative Phase vollführt eine volle Drehung. Eingangsparameter:  $\sigma_0 = 6,55 T_V; r_0 = 0,82; \tau_R = 0,07$ .

nigung gegeben ist. Die Teilabbildungen 21(c) und 22(c) zeigen das normierte Leistungsprofil  $|w|^2$  und die zeitliche Phasenfunktion  $\Phi(\tau)$  der Paare zu Beginn der Ausbreitung und nach 11 bzw. 22 Solitonenperioden. Die komplette Phasenfunktion 'kippt' durch die Raman-Frequenzverschiebung. Der Anstieg bleibt für beide Solitonen immer gleich auf Grund der erfüllten Bedingung I. Nach  $22 \xi_{\text{sol}}$  hat das Typ-I-Paar eine volle Phasenrotation vollzogen, die Phasenfunktion des Typ-II-Paares ändert sich entsprechend der theoretischen Vorhersage bis auf das 'Kippen' nicht.

In Abschnitt 4.2.5 wurde die Entwicklung der Paar-Parameter  $r(\xi)$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  theoretisch behandelt. Diese Parameter lassen sich auch aus den numerischen Simulationen extrahieren. In Abb. 18 wurden vier Beispiele mit charakteristischen Parameterentwicklungen vorgestellt. In Abb. 23 sind die korrespondierenden Daten aus den Simulationen gezeigt. Die qualitative Übereinstimmung ist sehr gut. Im Detail unterliegt die Entwicklung des Spitzenleistungsverhältnisses in Abb. 23(a) offensichtlich Störungen durch die bereits beschriebene nichtideale Eingangsimpulsform und daraus resultierender Abstrahlung. Die Entwicklung der relativen Phase in Abb. 23(b) bestätigt sehr gut die theoretische Vorhersage.

Die Existenz von Typ-I und Typ-II-Solitonenpaaren konnte durch Simulationen mittels systematischem Parameter-Rasterverfahren bestätigt werden. Die numerische Suche nach möglichst genauen Parametern ( $r_{\text{II}}, \sigma_{\text{II}}$ ) des Typ-II-Solitonenpaares ist auf Grund des instabilen Kräftegleichgewichts schwierig. Mittelungsalgorithmen, wie z.B. die Nijhof-Methode [106], die auf einem stabilen stationären Zustand des gesuchten Impulses basieren, sind hier nicht anwendbar. Deshalb wird ein iteratives Verfahren benutzt, das auf Parameterrasterung mit Schrittweitenanpassung beruht. Die Ausbreitung der Solitonenpaare wird numerisch simuliert und an verschiedenen Orten  $\xi$ , der jeweilige Impuls mit dem Eingangsimpuls verglichen. Die Abweichung bestimmt dann den Fehlerwert.



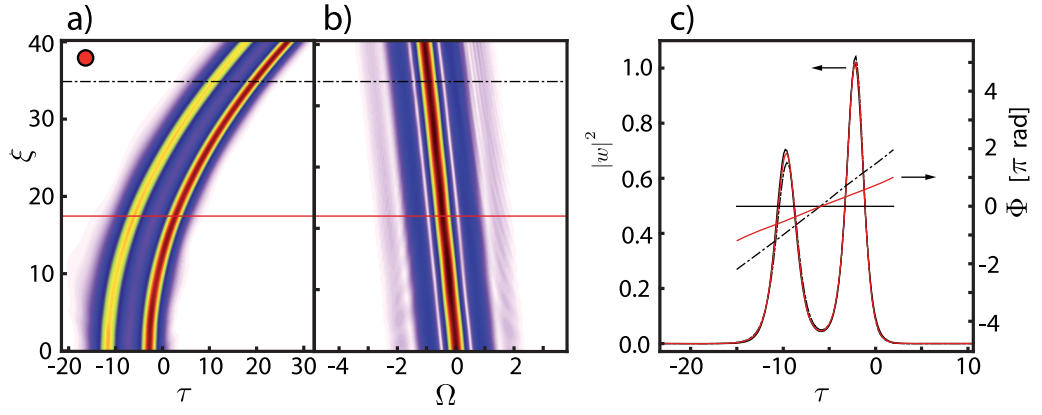


Abbildung 22.: Ausbreitung eines Typ-II-Solitonenpaares mit konstanter relativer Phase. Die Impulsform bleibt während der Propagation unverändert. Eingangsparameter:  $\sigma_0 = 6,25 \text{ T}_V$ ;  $r_0 = 0,70$ ;  $\tau_R = 0,07$ .

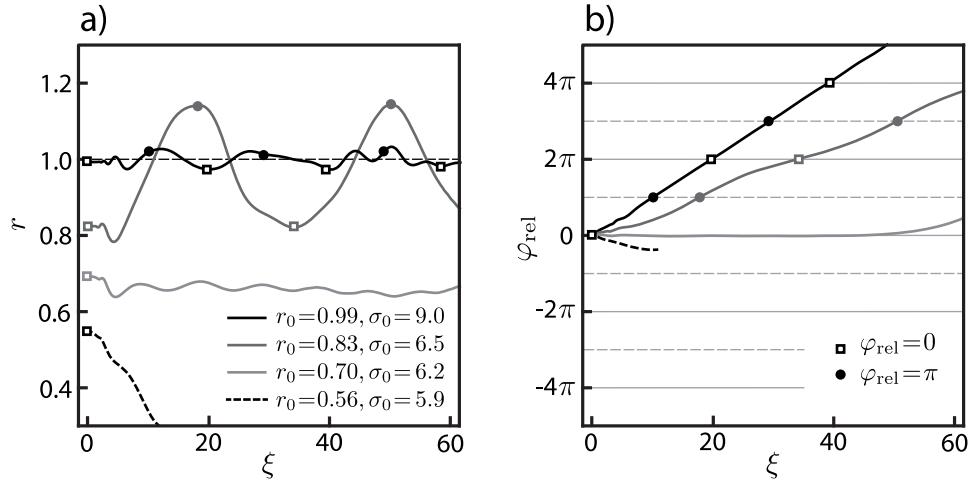


Abbildung 23.: Numerisch simulierte Entwicklung der Parameter  $r(\xi)$  und  $\varphi_{\text{rel}}(\xi)$  eines zu Beginn gleichphasigen Solitonenpaares korrespondierend zu Abb. 18.

Dieses Verfahren ist nur für Typ-II-Solitonenpaare anwendbar auf Grund der Unveränderlichkeit der Impulsform.

Das Ergebnis der numerischen Suche ist in Abb. 24 durch schwarze Punkte markiert. Teilabbildung 24(a) zeigt den Abstand  $\sigma(\tau_R)$  des Typ-II-Solitonenpaares abhängig von der Raman-Zeitkonstanten  $\tau_R$ . In Teilabbildung 24(b) ist das Spitzenleistungsverhältnis  $r(\tau_R)$  dargestellt. Im Vergleich dazu sind die aus dem Störungsansatz (siehe Abschnitt 4.2.1) und dem Breather-Ansatz (4.27) berechneten Parameter als strich-punktierte Kurven dargestellt. Die gepunkteten Kurven wurden aus dem Ansatz (4.28) eines Gravitationspotentials [140] berechnet. Qualitativ stimmen alle theoretischen Ansätze mit den numerischen Ergebnissen überein. Der Abstand divergiert für einen verschwindenden Raman-Effekt ( $\tau_R \rightarrow 0$ ), da die abstandsabhängige Kerr-Wechselwirkung für einen Kräfteausgleich immer geringer werden muss. Im Wesentlichen fällt der Abstand  $\sigma_{II}$  monoton mit zunehmendem  $\tau_R$ . Das Spitzenleistungsverhältnis  $r(\tau_R)$  geht für  $\tau_R \rightarrow 0$  gegen eins und fällt mit stärker werdendem Raman-Effekt näherungs-

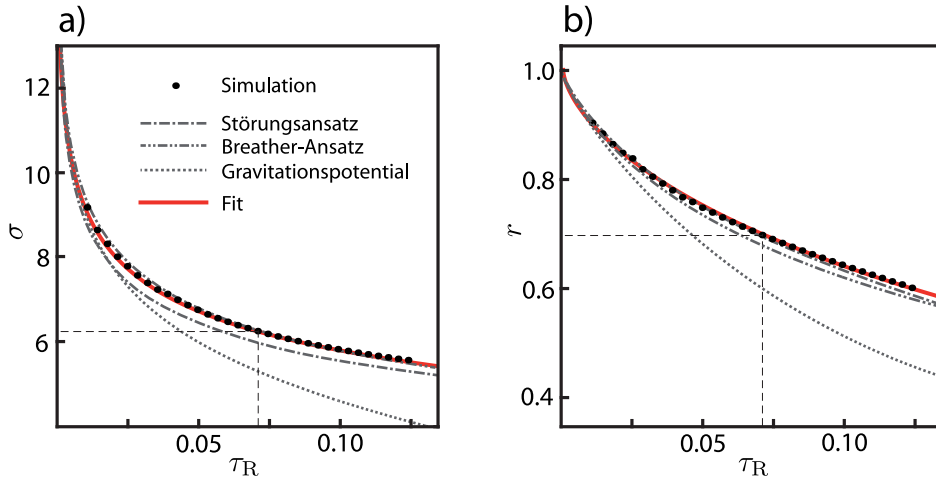


Abbildung 24.: Abstand  $\sigma_{II}(\tau_R)$  und Spitzenleistungsverhältnis  $r_{II}(\tau_R)$  des Typ-II-Solitenpaares aus numerischen Simulationen (schwarze Punkte) sowie den verschiedenen theoretischen Ansätzen. Quantitativ die beste Übereinstimmung erzielen der Störungsansatz und der Breather-Ansatz. Die gestrichelten Hilfslinien markieren das Typ-II-Solitenpaar aus Abb. 22.

weise exponentiell ab. Aus den numerischen Daten lässt sich ein Parameter-Fit in der Form

$$\sigma(\tau_R) = \frac{a}{\tau_R^b} - c \quad , \quad r(\tau_R) = \exp(-d\tau_R^e) \quad (4.33)$$

mit  $a = 8,1216$ ;  $b = 0,12$ ;  $c = 4,8895$ ;  $d = 1,9376$  und  $e = 0,6384$  angeben, mit dem das Typ-II-Solitenpaar für beliebige Faserparameter gefunden werden kann. Quantitativ die besseren Vorhersagen liefern im Vergleich der Breather-Ansatz und der Störungsansatz.

### 4.3 SOLITONENZÜGE

Die bisher behandelten Typ-II-Solitenpaare basieren auf dem Kräftegleichgewicht zwischen Kerr- und Raman-Effekt sowie auf der unveränderlichen relativen Phase. Diese Bedingungen lassen sich auf mehr als zwei Soliten erweitern, die dann einen sogenannten Solitenzug bilden. Das Kräftegleichgewicht muss für alle beteiligten Soliten gelten und die zeitliche Phase darf sich bis auf die globale Frequenzverschiebung nicht ändern.

#### 4.3.1 Typ-II-Solitenzüge

Die Startimpulsform der Solitenzüge mit  $n$  beteiligten Soliten wird beschrieben durch

$$w(\xi = 0, \tau) = \sum_{i=1}^n S_i \quad , \quad S_i = \eta_i \operatorname{sech}[\eta_i(\tau - \tau_i)] \quad . \quad (4.34)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird wieder das zeitlich nachfolgende hellste Soliton  $S_1$  als Normsoliton ( $\eta_1 = 1$ ) des Systems gesetzt. Die Kerr-induzierte Frequenzverschiebung des  $i$ -ten Solitons  $S_i$  wird durch die Störung durch alle anderen Solitonen hervorgerufen. Äquivalent zu Gl.(3.9) ergibt sich

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_{S_i} = -\frac{1}{2\eta_i} \int_{-\infty}^{\infty} |S_i|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \left| \sum_{j=1}^n S_j \right|^2 d\tau . \quad (4.35)$$

Die Raman-Selbstfrequenzverschiebung ist individuell für jedes Soliton  $S_i$  des Zuges

$$\frac{d}{d\xi} \Omega_{R,S_i} = -\frac{8}{15} \tau_R \eta_i^4 . \quad (4.36)$$

Die Bedingung I des Kräftegleichgewichts ist also erfüllt, wenn alle Solitonen  $S_i$  die gleiche resultierende Frequenzverschiebung

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_{\text{eff}} = \frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_{S_i} + \frac{d}{d\xi} \Omega_{R,S_i} \quad (4.37)$$

erfahren. Die Phasenentwicklung der Fundamentalsolitonen  $S_i$  (2.25) und die resultierende Frequenzverschiebung (4.37) bestimmen die individuelle Position  $\tau_i$  der Solitonen im Zug

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_{\text{eff}} = -\frac{\eta_i^2}{2\tau_i} . \quad (4.38)$$

Gl.(4.38) bestimmt die Positionen  $\tau_i$  bzgl. eines gemeinsamen zeitlichen Nullpunktes  $\tau = 0$ , der sozusagen die Drehachse der zeitlichen Phasenfunktion definiert. Daraus ergeben sich folgende Randbedingungen der Solitonzüge: Da Solitonen stets eine positive Phasenentwicklung aufweisen, können sie nur im Intervall  $0 < \tau_i < \tau_1$  angeordnet werden. Weiterhin kann der Skalierungsparameter  $\eta_i$  mit  $\eta_1 = 1$  definitionsgemäß nur Werte zwischen  $0 < \eta_i < 1$  annehmen. Man erhält aus (4.35)-(4.38)  $n$  Gleichungen für die Position  $\tau_i$  und die Skalierungsparameter  $\eta_i$  der Solitonen  $S_i$

$$\frac{\tau_i}{\eta_i^3} \int_{-\infty}^{\infty} |S_i|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \left| \sum_{j=1}^n S_j \right|^2 d\tau + \frac{16}{15} \tau_i \tau_R \eta_i^2 = 1 . \quad (4.39)$$

Diese Gleichungen können iterativ gelöst werden, um die Spitzenleistungsverhältnisse  $r_i = \eta_i^2$  und die relativen Abstände  $\sigma_i = \tau_1 - \tau_i$  bzgl. des hellsten Solitons  $S_1$  zu bestimmen.

#### 4.3.2 Konstruktion der Züge und Vergleich mit Simulationen

In Abb. 25 sind beispielhaft die ersten vier Stufen der Solitonzüge dargestellt. Das Arrangement der Solitonen in den linken Teilabbildungen wurde theoretisch berechnet. Die rechten Teilabbildungen zeigen korrespondierende numerische Simulationen. Die Konstruktion der Züge wird hier deutlich: der Anstieg der

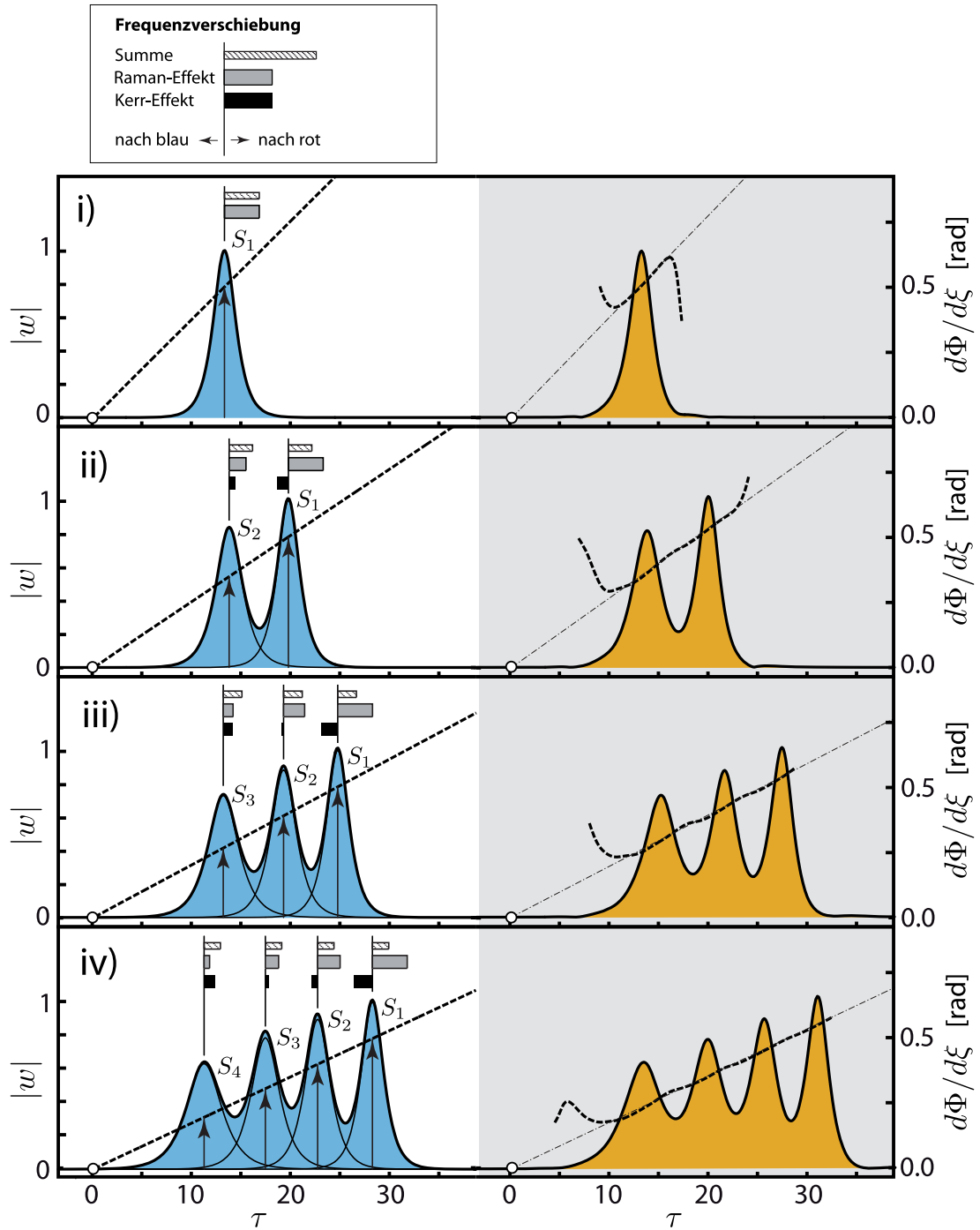


Abbildung 25.: Geometrische Konstruktion der Position und Form der Einzelsolitonen in einem Typ-II-Solitonenzug aus der Störungstheorie (links) und Vergleich mit entsprechenden Simulationen (rechts). Anordnen lassen sich fundamentale Solitonen nur im Bereich  $0 < \tau < \tau_1$ , wobei sich die Position  $\tau_1$  des Normsolitons  $S_1$  mit der Solitonenanzahl  $n$  des Zuges durch die reduzierte Schwerpunktsbeschleunigung (entspricht  $d\Phi/d\xi$ , gestrichelte Linie) weiter nach rechts verschiebt. Die Fähnchen geben Richtung und Stärke der auf die einzelnen Solitonen wirkenden Kräfte an.

gestrichelten Linie entspricht der Schwerpunktsbeschleunigung  $-d/d\xi(\langle\Omega\rangle_{\text{eff}})$  und ist gegeben durch den Quotienten  $1/(2\tau_1)$  aus der Phasenentwicklung und der relativen Position des hellsten Solitons  $S_1$ . Die Simulationen zeigen die Feldbeträge  $|w(\xi, \tau)|$  und die Phasenfunktionen  $\Phi(\xi, \tau)$  der Solitonenzüge an der Stelle  $\xi = 1$ . Die Phasenfunktion entspricht dort in ihrem Wert der Ableitung  $d\Phi/d\xi$ . Die Fähnchen über den Solitonen geben die individuell wirkenden Kräfte durch den Kerr-Effekt (schwarz) und Raman-Effekt (grau) sowie deren Richtung an. In der Summe ist die Netto-Beschleunigung aller Solitonen gleich und nimmt mit der Anzahl der im System befindlichen Solitonen ab. Im einfachsten Fall  $n = 1$  wirkt natürlich nur der Raman-Effekt, welcher dann gleich der Netto-Beschleunigung ist. Die Position des Solitons  $S_1$  ergibt sich hier mit  $\tau_R = 0,07$  und  $\eta_1 = 1$  einfach zu  $\tau_1 = 15/(16\tau_R\eta_1^2) = 13,39$ . Für das Typ-II-Solitonenpaar ( $r = 0,695$ ) in Abb. 25(ii) gilt mit (4.24)  $\tau_1 = 15\eta_1^2/(16\tau_R r) = 19,27$ . Die Pfeile entsprechen in ihrer Länge den individuellen Phasenentwicklungen der Solitonen. Solitonen können nicht an Positionen  $\tau_i < 0$  angeordnet werden, da dies eine negative Phasenentwicklung des Solitons bedeuten würde. Je dichter die Position  $\tau_i$  des Solitons an null ist, desto breiter muss das Soliton werden.

In Tabelle 1 sind die ermittelten Parameter  $r_i$  und  $\sigma_i$  in den Solitonenzügen

		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$d\langle\Omega\rangle_{\text{SP,eff}}(n)/d\xi$
(i)	$r_i$	1/1	–	–	–	1/1
$n = 1$	$\sigma_i$	0/0	–	–	–	
(ii)	$r_i$	1/1	0.696/0.699	–	–	0,70/0,65
$n = 2$	$\sigma_i$	0/0	6.007/6.251	–	–	
(iii)	$r_i$	1/1	0.778/0.758	0.531/0.547	–	0,54/0,50
$n = 3$	$\sigma_i$	0/0	5.487/5.828	11.60/12.29	–	
(iv)	$r_i$	1/1	0.804/0.776	0.617/0.586	0.397/0.379	0,47/0,46
$n = 4$	$\sigma_i$	0/0	5.240/5.514	10.67/11.27	17.06/18.10	

Tabelle 1.: Parameter  $r_i$  und  $\sigma_i$  der Typ-II-Solitonenzüge mit  $n = 1 \dots 4$  bei  $\tau_R = 0,07$ .

Die linken Werte entstammen der Störungstheorie, die rechten Werte wurden aus numerischen Simulationen gewonnen. Die Werte  $r_i$  aus den Simulationen entsprechen den Intensitäten an den Stellen  $\tau_i$ , die sich aus der konstruktiven Interferenz aller Solitonen ergeben. Die normierte Schwerpunktsbeschleunigung  $d\langle\Omega\rangle_{\text{SP,eff}}(n)/d\xi$  wird mit zunehmender Solitonenanzahl kleiner.

mit  $n = 1 \dots 4$  (siehe Abb. 25) aus der Störungstheorie und den entsprechenden numerischen Simulationen aufgelistet. In der Tendenz werden mit zunehmender Solitonenanzahl  $n$  die Abstände zwischen den Solitonen kleiner auf Grund der reduzierten effektiven Kerr-Wechselwirkung zwischen zwei Solitonen. Dies führt in der Folge dazu, dass die spezifischen Solitonen (z.B.  $S_2$ ) heller werden müssen, um einen geringeren differentiellen Raman-Shift einzustellen. Die auf die Beschleunigung des einzelnen Solitons normierte Schwerpunktsbeschleu-

nigung  $d\langle\Omega\rangle_{\text{SP,eff}}(n)/d\xi = \tau_1(n=1)/\tau_1(n)$  nimmt wie bereits beschrieben mit zunehmender Anzahl  $n$  der Solitonen ab.

In Abb. 26 ist die numerische Simulation der Ausbreitung dieser vier Startimpulse im Zeitbereich (links) und Frequenzbereich (rechts) dargestellt. Je mehr Solitonen im System sind, desto instabiler wird der gesamte Impulszug. Gerade bei längeren Zügen müssen die Solitonenparameter sehr genau bestimmt sein, um einen frühen Kollaps des Zuges zu vermeiden. In Abb. 26(iv) kann man bereits eine leichte Änderung der Abstände erkennen, die durch eine nicht-ideale Startimpulsform hervorgerufen wird. Trotzdem ist die (näherungsweise) gleiche Beschleunigung aller Solitonen im Zug sowie die mit zunehmender Solitonenlänge kleiner werdende lineare Rotverschiebung deutlich sichtbar.

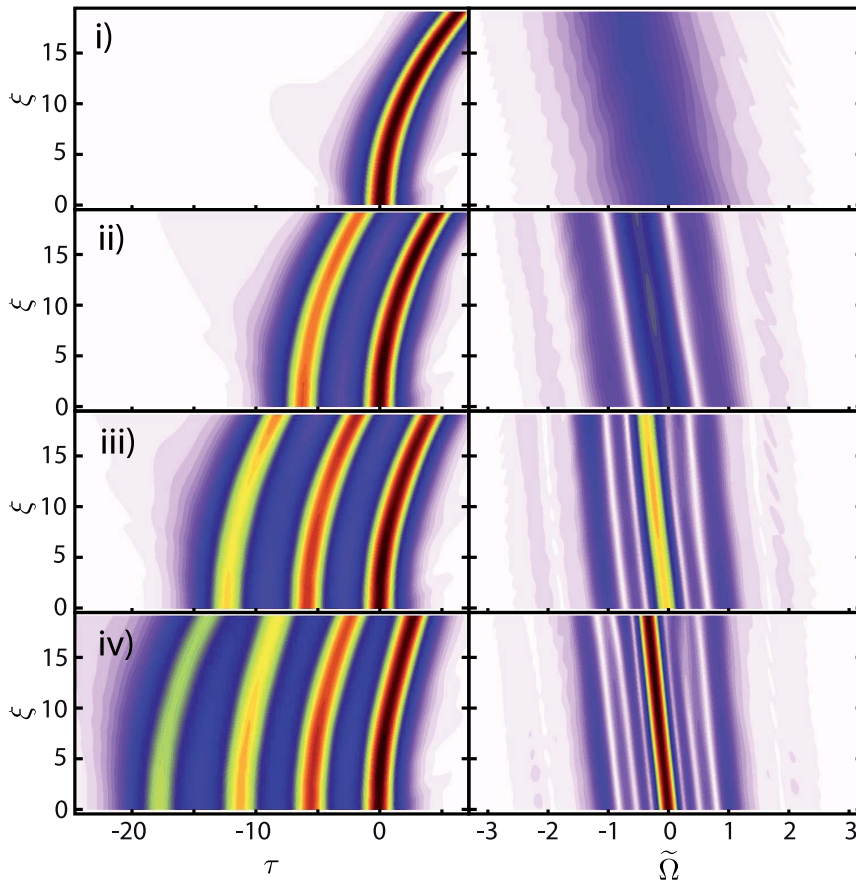


Abbildung 26.: Ausbreitung der Typ-II-Solitonenzüge mit  $n = 1 \dots 4$  im Zeitbereich (links) und Spektralbereich (rechts). Alle Solitonen im Zug werden gleich beschleunigt, die Rotverschiebung des Zuges nimmt mit größer werdendem  $n$  ab.

#### 4.3.3 Grenzen der Typ-II-Solitonenzüge

Die Länge der Typ-II-Solitonenzüge ist nicht beliebig. Im Abschnitt 4.3.2 wurden Züge bis  $n = 4$  vorgestellt, gefunden wurden aber auch längere Züge bis  $n = 7$ . In Abb. 27(a) sind die Positionen  $\tau_i$  der jeweils  $n$  Solitonen für  $n = 1 \dots 7$

aufgetragen. Wie erwähnt ist  $\tau = 0$  die untere Grenze für die Positionierung

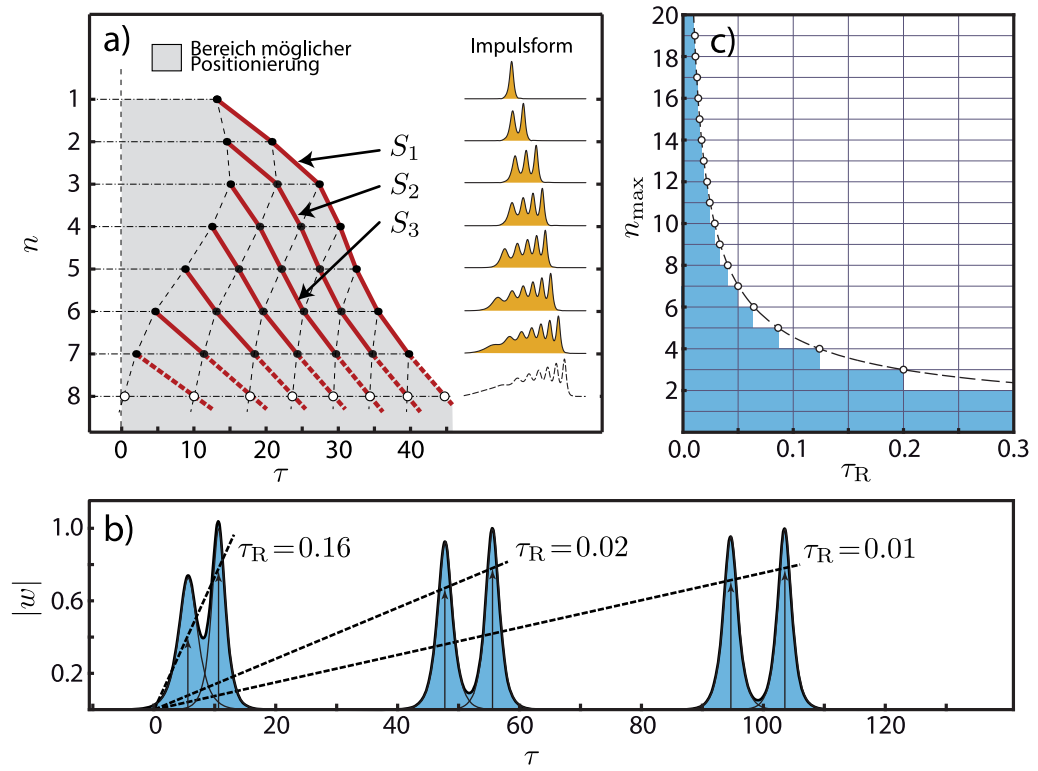


Abbildung 27.: Grenzen der Typ-II-Solitonenpaare. Teilabb.(a): bei  $\tau_R = 0,07$  lassen sich maximal 7 Solitonen im Bereich  $0 < \tau < \tau_1$  (grau) anordnen. Für ein hypothetisches achttes Soliton müsste mit  $\tau_8 \rightarrow 0$  die Spitzenleistung gegen null und die Impulsdauer gegen unendlich gehen. Teilabb.(b): Je schwächer der Raman-Effekt ist, desto größer ist der Positionierungsbereich  $0 < \tau < \tau_1$  der Solitonen. Teilabb.(c): Abschätzung der möglichen Solitonenanzahl des Zuges abhängig von  $\tau_R$ . Ab  $\tau_R \approx 0,2$  können nur noch Typ-II-Solitonenpaare existieren.

weiterer Solitonen. Bei einer Raman-Zeitkonstanten von  $\tau_R = 0,07$  lassen sich also maximal 7 Solitonen im Zug anordnen. Die Länge  $n_{\max}$  hängt von der Raman-Zeitkonstante  $\tau_R$  ab. Mit  $\tau_R$  steigt die Schwerpunktsbeschleunigung des Zuges und verringert den Bereich  $0 < \tau < \tau_1$  der möglichen Solitonenpositionierung. Für Typ-II-Solitonenpaare ist dies in Abb. 27(b) gezeigt. Die Solitonenanzahl  $n_{\max}$  des Zuges kann zumindest grob abgeschätzt werden. Mit den Paar-Parametern  $r_{II}(\tau_R)$  und  $\sigma_{II}(\tau_R)$  aus den Fitfunktionen (4.33) lässt sich unter der Annahme, dass sich ähnlich wie in Abb. 27(a) die Position  $\tau_1(n = n_{\max}) = 2\tau_1(n = 2) - \sigma_{II}(\tau_R)$  des hellsten Solitons verschiebt und der mittlere Abstand der Solitonen  $\sigma_{II}(\tau_R)$  entspricht, die Gesamtzahl der Solitonen abschätzen aus

$$n_{\max} = \frac{1 + r_{II}(\tau_R)}{1 - r_{II}(\tau_R)} . \quad (4.40)$$

Dies ist in Abb. 27(c) zu sehen. Offensichtlich divergiert  $n_{\max}$  für  $\tau_R \rightarrow 0$ . In diesem Fall entspricht der Zug unendlich vielen Solitonen mit  $r_i = 1$  und  $\sigma_i \rightarrow \infty$ ,



also unabhängigen Einzelsolitonen. Dies ist jedoch ein pathologischer und physikalisch unsinniger Fall einer unendlichen Solitonenkette, deren benachbarte Solitonen einen unendlichen Abstand aufweisen.

#### 4.3.4 Typ-I-Solitonenzüge

Es wurde gezeigt, wie sich Typ-II-Solitonenpaare auf Typ-II-Solitonenzüge erweitern lassen. Es konnten jedoch auch Signaturen für Typ-I-Solitonenzüge in numerischen Simulationen gefunden werden. Diese Züge zeichnen sich ebenfalls durch eine rotierende relative Phase wie beim Typ-I-Solitonenpaar aus. Ein Beispiel der Ausbreitung eines  $n = 3$ -Zuges ist in Abb. 28 zu sehen. Die Abstände

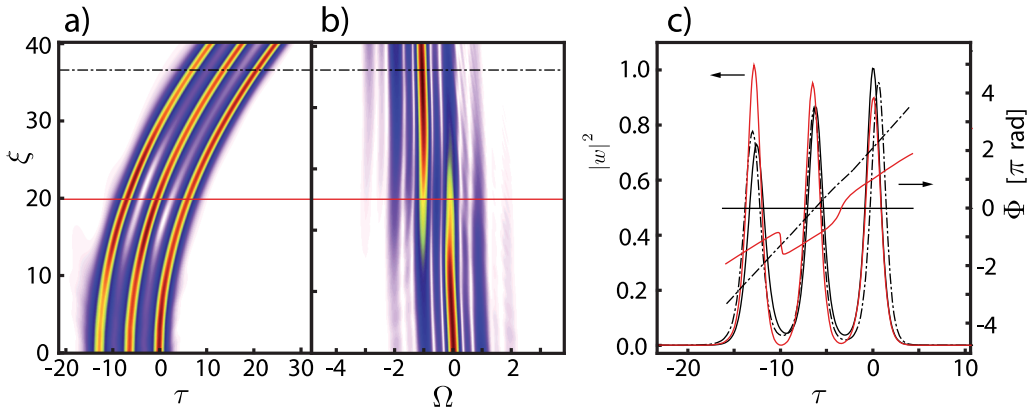


Abbildung 28.: Ausbreitung eines Typ-I-Solitonenzuges mit  $n = 3$  im (a) Zeitbereich und (b) Frequenzbereich. Teilabb.(c) zeigt die zeitliche Impulsform und Phase. Nach  $\xi \approx 20$  ist eine halbe Phasendrehung vollendet. Die 'Orgelpfeifen'-Struktur dreht sich durch den Energietransfer um.

$\sigma_2$  und  $\sigma_3$  bleiben ungefähr konstant. Nach  $\xi \approx 20$  hat die relative Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  sowohl zwischen  $S_1$  und  $S_2$  als auch zwischen  $S_2$  und  $S_3$  näherungsweise einen Phasensprung um  $\pi$ . Deutlich zu sehen ist, dass sich durch den Energietransfer zwischen den Solitonen die gesamte Struktur des Zuges an diesem Punkt zeitlich umkehrt. Nach  $\xi \approx 37$  ist eine komplette Phasenrotation abgeschlossen, der Zug hat näherungsweise wieder die Ausgangsform und eine (gekippte) glatte zeitliche Phase. Es ist zu vermuten, dass auch längere Züge ( $n > 3$ ) mit rotierender relativer Phase existieren. Um diese (instabilen) Lösungen zu finden, sind jedoch eine Vielzahl an Parametern zu bestimmen. Eine geeignete Strategie wäre die Anwendung eines genetischen Algorithmus' [128].

#### 4.4 EXPERIMENTELLER NACHWEIS

In den vorherigen Abschnitten wurde die Existenz von Typ-(I/II)-Solitonenpaaren bzw. -zügen theoretisch vorhergesagt und diese Vorhersage durch numerische Simulationen untermauert. Experimentell wurden bis jetzt Signaturen von Solitonenpaaren beobachtet [115, 116]. Diese traten während der Superkontinuums-erzeugung durch 'soliton fission' in photonischen Kristallfasern auf. Eine systematische experimentelle Untersuchung ist eine Herausforderung auf Grund der

Tatsache, dass die Impulszüge instabil sind und die Impulsform und Parameter sehr präzise eingestellt werden müssen. Im Folgenden wird das durchgeführte Experiment zum Nachweis Raman-verschobener Solitonenpaare vorgestellt.

#### 4.4.1 Lasersystem, Lichtmodulator und Nachweissysteme

Für die Untersuchung von Typ-(I/II)-Solitonenpaaren muss ein Lasersystem benutzt werden, das ultrakurze Impulse im fs-Bereich erzeugen kann. Andernfalls wären extrem lange Glasfasern erforderlich, um eine vergleichbare Wirkung des Raman-Effekts auf Grund der  $1/T_0^4$ -Abhängigkeit zu beobachten. Im Experiment kommt ein Lasersystem der Firma Coherent [35] zum Einsatz, das aus einem diodengepumpten Nd : YVO<sub>4</sub>-Festkörperlaser Verdi V10, einem Titan-Saphir-Laser (Ti:Sa) vom Typ MIRA-900F und einem nachgeschalteten optisch-parametrischen Oszillator (OPO) der Firma APE [19] besteht. Dieses System ist ausführlich in [133, 59] beschrieben und liefert am Ausgang leicht geschirpte ( $C \approx -0,4$  [63]) Impulse mit Impulsdauern (FWHM) von  $\tau_{\text{FWHM}} = 250$  fs bei einer hier verwendeten Mittenwellenlänge  $\lambda_0 \approx 1540 - 1550$  nm. Die maximal erreichbare Ausgangsleistung des OPOs beträgt  $P_{\text{avg}} = 200$  mW bei einer Wiederholrate von  $\nu_{\text{rep}} = 57$  MHz. Die Ausgangsimpulse wurden eingehend in [63] mit phasensensitiven Messmethoden untersucht und sind in sehr guter Näherung Gauß-förmig.

Die zu untersuchenden Impulspaare bestehen aus Sech-förmigen Fundamentalsolitonen. Einen Gauß-förmigen Impuls zur Erzeugung der Mehrfach-Impulse zu nutzen, wäre eine zu große Abweichung vom idealen Eingangsimpuls. Diese Störung würde das instabile Solitonenpaar sofort kollabieren lassen. Aus diesem Grund ist es erforderlich, eine Impulsformung anzuwenden. Dies wird mittels eines räumlichen Lichtmodulators (SLM<sup>3</sup>) vom Typ SLM-128-D-NM der Firma CRI [31] durchgeführt. Dieser besitzt zwei Flüssigkristallmasken, mit denen sowohl die spektrale Amplitude als auch die spektrale Phase eingestellt werden können. Näheres über die Funktionsweise findet sich in [32].

Zum Nachweis der aus der Faser kommenden Impulse werden ein selbst aufgebauter SHG-FROG<sup>4</sup> [142, 141] und ein optischer Spektrum-Analysator (OSA) verwendet.

#### 4.4.2 Existenzbereich der Solitonenpaare in der verwendeten Faser

Ein wesentlicher limitierender Faktor im Experiment ist die Ausgangsenergie des Lasersystems. Unvermeidliche Verluste durch die Pulsformung und bei der Einkopplung des Lichts in die Faser machen es erforderlich, eine Faser mit möglichst geringer Gruppengeschwindigkeitsdispersion zu verwenden. In diesen Fasern ist weniger Energie zur Erzeugung eines Fundamentalsolitons bei gleichzeitig geringer Impulsdauer notwendig. Verwendet wird eine TrueWave-SRS Faser der Firma OFS Fitel [108], die bei Wellenlängen  $\lambda > 1450$  nm anomal dispersiv ist. Bei der verwendeten Wellenlänge  $\lambda_0$  besitzt diese Faser einen GVD-Koeffizienten  $\beta_2 = -5,22$  ps<sup>2</sup> km<sup>-1</sup>, welcher betragsmäßig deutlich unter

<sup>3</sup> engl: spatial light modulator

<sup>4</sup> engl.: Second Harmonic Generation - Frequency-Resolved Optical Gating

dem Wert normaler Standard-Telekomfasern mit  $\beta_2 \approx -20 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  liegt. Die Dispersion der Faser wurde experimentell mittels Weißlichtinterferometrie bestimmt [59], die Dispersionskoeffizienten und alle weiteren für numerische Simulationen verwendeten Faser-Parameter finden sich in Tabelle 2.

$\beta_2 [\text{ps}^2 \text{ km}^{-1}]$	$\beta_3 [\text{ps}^3 \text{ km}^{-1}]$	$\beta_4 [\text{ps}^4 \text{ km}^{-1}]$	$\beta_5 [\text{ps}^5 \text{ km}^{-1}]$
-5,22	$7,79 \cdot 10^{-2}$	$-2,53 \cdot 10^{-4}$	$7,24 \cdot 10^{-7}$
$\gamma [\text{W}^{-1} \text{ km}^{-1}]$	$\alpha [\text{dB km}^{-1}]$	$T_R [\text{fs}]$	
$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,215	5,8	

Tabelle 2.: Parameter der verwendeten Faser TrueWave-SRS [108] bei einer Mittenwellenlänge von  $\lambda_0 = 1541 \text{ nm}$ . Die Dispersionsparameter wurden experimentell bestimmt [59]. Der Dämpfungsparameter  $\alpha$  entspricht den Herstellerangaben.  $T_R$  und  $\gamma$  wurden aus Messungen und Vergleichssimulationen gewonnen.

Der spektral breiteste Impuls des Solitonpaares ist das zeitlich nachfolgende hellere Normsoliton  $S_1$ . Die kürzestmögliche zeitliche Dauer dieses Solitons ergibt sich aus den Laserparametern. Das Impulsdauer-Bandbreite-Produkt (TBP<sup>5</sup>) des gechirpten Gauß-Impulses ergibt sich hier zu

$$\Delta\nu_{\text{FWHM}}\tau_{\text{FWHM}} = \frac{2\ln 2}{\pi} \sqrt{1 + C^2} \approx 0,477 \quad . \quad (4.41)$$

Die Halbwertsbreite des Gauß-förmigen Spektrums in Wellenlängen beträgt damit  $\Delta\lambda_{\text{FWHM,G}} = 15,1 \text{ nm}$  und wurde auch in dieser Größenordnung gemessen. Das Spektrum eines Solitons ist Sech-förmig, die Flanken sind deutlich breiter als beim Gauß-Impuls. Um aus dem Laserspektrum ein komplettes Solitonenspektrum zu 'schneiden', muss die spektrale Breite des Solitons  $S_1$  auf  $\Delta\nu_{\text{FWHM,S}} = 0,6 \Delta\nu_{\text{FWHM,G}}$  festgesetzt werden. Mit einem TBP von 0,315 für Sech-Impulse folgt damit eine Fourier-limitierte Impulsdauer von  $\tau_{\text{FWHM,S}} = 275 \text{ fs}$ . Um weiterhin mögliche Schwankungen der Laserparameter in der Größenordnung von 10% auszugleichen, wird die Dauer des Solitons  $S_1$  auf  $\tau_{\text{FWHM,S}} = 310 \text{ fs}$  festgesetzt. Daraus ergeben sich die in Tabelle 3 aufgeführten Kenngrößen des Solitons in der verwendeten Faser. Um eine signi-

$\tau_{\text{FWHM}} [\text{fs}]$	$T_0 [\text{fs}]$	$P_0 [\text{W}]$	$\bar{P} [\text{mW}]$	$d\omega_{\Delta,R}/dz [\text{rad ns}^{-1} \text{ m}^{-1}]$
310	175,9	112,5	2,26	-16,88
$L_D, L_{\text{NL}} [\text{m}]$	$z_{\text{sol}} [\text{m}]$	$\tau_R$	$E_{\text{sol}} [\text{pJ}]$	$d\phi_0/dz [\text{rad m}^{-1}]$
5,92	9,31	0,033	39,57	0,084

Tabelle 3.: Parameter des Normsolitons  $S_1$ , festgelegt durch die gegebene Impulsdauer und die Faserparameter aus Tabelle 2.

fikante Verschiebung des Spektrums durch den Raman-Effekt detektieren zu können, muss die Faser entsprechend lang gewählt werden. Eine Rotverschiebung um eine volle spektrale Breite  $\Delta\omega_{\text{FWHM}} = 6,38 \text{ rad ps}^{-1}$  des Solitons

<sup>5</sup> engl.: time bandwidth product

ist mit  $d\omega_{\Delta R}/dz$  nach einer Strecke von ca.  $z = 378$  m erreicht. Die Existenz der Raman-verschobenen Solitonenpaare wurde zunächst durch numerische Simulationen mit den experimentellen Parametern überprüft. Bei der Simulation wurde die G-NLSE mit vereinfachtem Raman-Term (4.1) benutzt. Diese Näherung ist hier gültig, da die spektrale Breite des Solitons deutlich innerhalb des linearen Bereiches der Raman-Verstärkung ist. Die Simulationen wurden mit und ohne Dispersion höherer Ordnung und Dämpfungsverlusten für verschiedene Faserlängen durchgeführt. Die Ergebnisse sind beispielhaft für  $z = 100$  m und  $z = 400$  m in Abb. 29 aufgeführt. Die Darstellungen korrespondieren zu den Abb. 20(d)-(f) und zeigen die maximale Abweichung der FWHM-Breite der zu Beginn gleichphasigen Solitonenpaare während der Ausbreitung über  $z = 100$  m bzw.  $z = 400$  m. Teilabbildung 29(a) zeigt die Simulationen mit GVD,

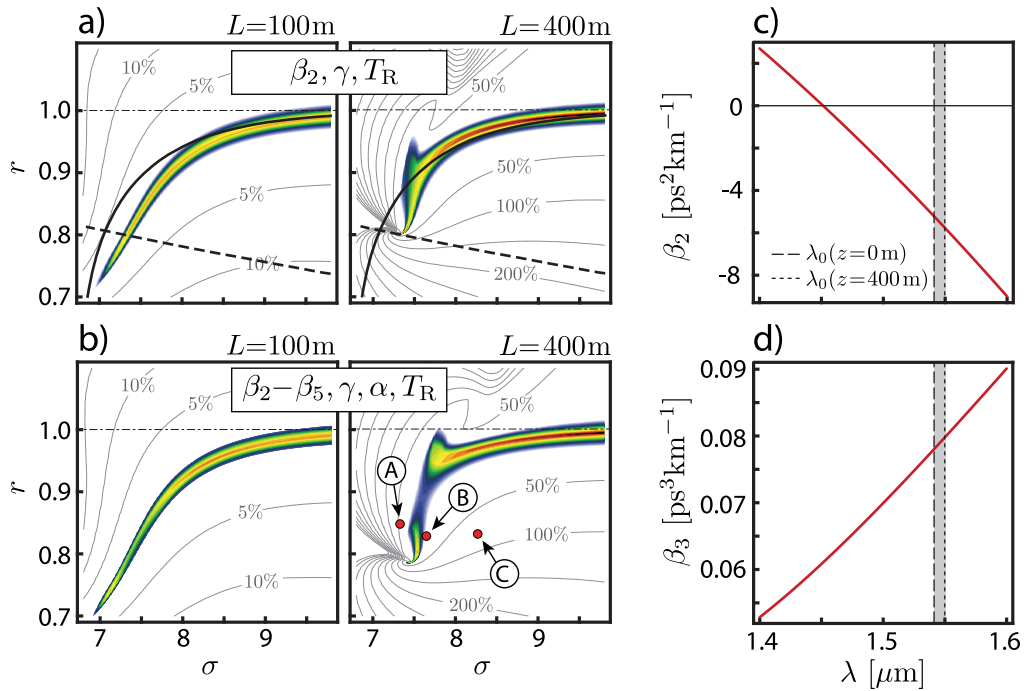


Abbildung 29.: Existenzbereich der Solitonenpaare und Dispersionsparameter der verwendeten Faser. Teilabb. (a): Simulation der maximalen Abstandsänderung der Solitonenpaare für  $z = 100$  m und  $z = 400$  m nach Gl.(4.1) unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 2 und 3. Eingezeichnet ist ebenfalls die Vorhersage für das Kräftegleichgewicht aus der störungstheoretischen Behandlung (durchgezogene schwarze Kurve) und die konstante relative Phase (gestrichelte schwarze Kurve). Teilabb. (b): korrespondierende Simulationen zu Teilabbildung (a) mit Dispersion höherer Ordnung und Dämpfung. Die roten Punkte markieren die Beispielmessungen in Abschnitt 4.4.4. Teilabb. (c) und (d): Dispersionsparameter  $\beta_2(\lambda)$  und  $\beta_3(\lambda)$  der Faser. Grau hinterlegt ist der Bereich, in dem das Spektrum Raman-verschoben wird.

Kerr- und Raman-Effekt, wie sie in der theoretischen Behandlung der Solitonenpaare durchgeführt wurden. Zusätzlich sind die Vorhersagen für die erfüllte Bedingung I des Kräftegleichgewichts (durchgezogene schwarze Kurve) und

Bedingung II der konstanten relativen Phase (gestrichelte schwarze Kurve) für das Typ-II-Solitonenpaar eingezeichnet. In der linken Darstellung markiert der farbige Bereich die  $(r, \sigma)$ -Parameterpaare, bei denen die Abstandsabweichung kleiner als 1% ist. In der rechten Abbildung entspricht dieser Bereich einer Maximalabweichung von 15%. Die zusätzlichen Konturlinien geben weitere Werte der Abstandsabweichung an. Eine signifikante Änderung des Abstandes ist nach  $z = 100$  m noch nicht erreicht, der Maximalwert im kompletten  $(r, \sigma)$ -Bereich beträgt 15% des Eingangsabstandes. Nach  $z = 400$  m zeigt sich eine deutliche Ausprägung des Existenzbereichs der Typ-(I/II)-Solitonenpaare mit ausreichender und nachweisbarer Bewegungsdynamik außerhalb des Existenzbereichs der Solitonenpaare. In Teilabbildung 29(b) sind die äquivalenten Simulationen mit Dispersion höherer Ordnung und Dämpfung zu sehen. Nach  $z = 100$  m zeigt sich näherungsweise das gleiche Resultat, die zusätzlichen Terme spielen keine wesentliche Rolle. Bei  $z = 400$  m ist ein Aufbrechen der Impulse im Bereich der langsam rotierenden Typ-I-Solitonenpaare zu beobachten. Die Abstandsänderung bleibt jedoch unter 15%. Im Bereich des Typ-II-Solitonenpaares, das mit (4.33) bei  $r_{II} = 0,803$  und  $\sigma_{II} = 7,34 T_0$  liegen sollte, ist ein lokales Minimum der Abstandsänderung zu erkennen. Der Bereich der reduzierten Solitonen-Wechselwirkung bei größeren Eingangsabständen und  $r \approx 1$  bleibt unbeeinflusst. Unter den experimentellen Gegebenheiten können die Solitonenpaare potentiell existieren.

Auf Grund dieser Vorbetrachtungen zur Impulsdynamik und der Existenz der Solitonenpaare kommt im Experiment eine 400 m lange Faser zum Einsatz. Dies entspricht einer normierten Länge von  $\xi = 67,6$  bzw.  $\xi = 42,9 \xi_{sol}$ . In Abb. 29(c) und (d) sind die Dispersionskoeffizienten  $\beta_2(\lambda)$  und  $\beta_3(\lambda)$  aufgetragen. Zu erwarten ist auf dieser Faserlänge ein Raman-induzierter Frequenzshift von  $\Delta\lambda \approx 9$  nm, der grau eingezeichnet ist.

#### 4.4.3 Aufbau

Der Aufbau des Experiments ist schematisch in Abb. 30 gezeigt. Die Gaußförmigen Laserimpulse des Ti:Sa-OPO-Systems werden in den Pulsformer eingekoppelt. Dieser ist symmetrisch aufgebaut und besteht zunächst aus einem für  $\lambda = 1600$  nm optimierten Blaze-Reflektionsgitter GR25 – 0616 von Thorlabs [136] mit 600 Linien/mm. Der Strahl wird spektral aufgeweitet und eine Linse mit der Brennweite  $f = +150$  mm fokussiert den Strahl in der Fourier-Ebene. In dieser Ebene ist der räumliche Lichtmodulator positioniert, mit dem sowohl die spektrale Amplitude als auch Phase verändert werden können. Die bearbeiteten Spektralkomponenten werden dann mit einer baugleichen Linse und einem baugleichen Gitter zu einem kollinearen Strahl rekombiniert. Der modifizierte Impuls wird dann mittels eines Mikroskop-Objektivs (20x; NA0,35) in die 400 m lange Faserstrecke eingekoppelt. Die Charakterisierung des Ausgangssignals kann mittels Leistungsmessgerät (nicht eingezeichnet), OSA (Anritsu MS9740A [18]) oder SHG-FROG [142, 141] erfolgen. Der detaillierte Aufbau des SHG-FROG findet sich in [V1].

Dieser Aufbau birgt einige Limitierungen in sich. Die mittlere Ausgangsleistung des Lasers liegt in der Größenordnung  $P_{avg} \approx 180$  mW. Die Gitter besitzen

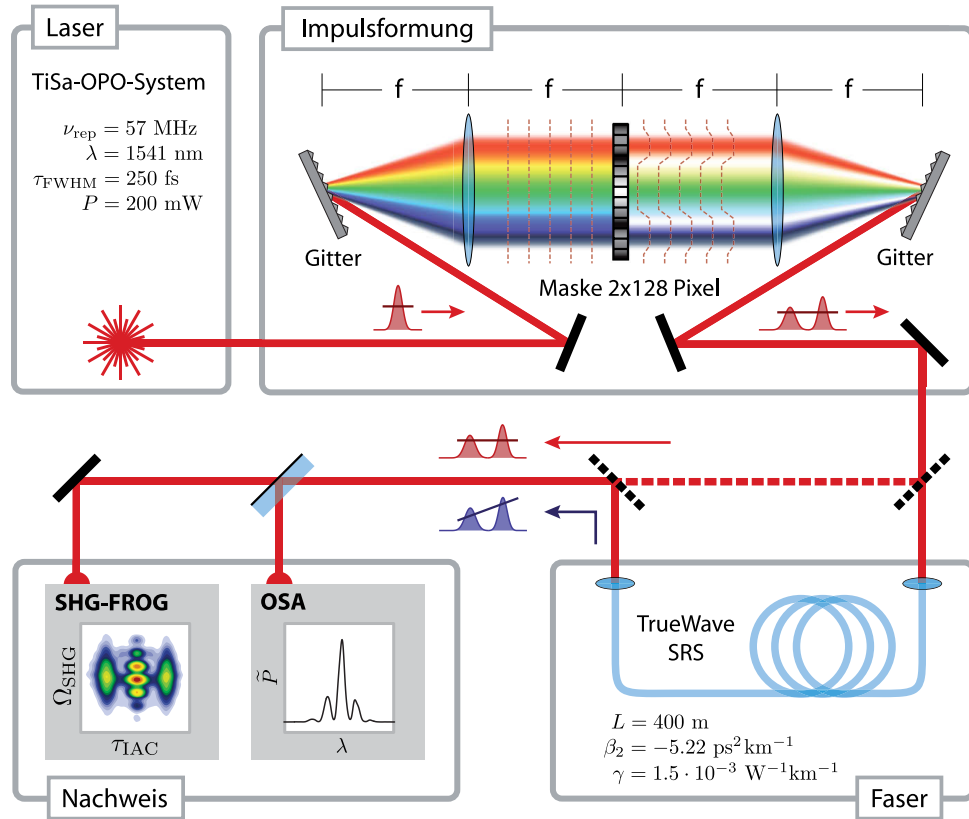


Abbildung 30.: Schematischer Aufbau des Experiments zum Nachweis Raman-verschobener Solitonenpaare. Die Gauß-förmigen Laserimpulse werden in einem Impulsformer in 4-f-Konfiguration zu zwei Sech-förmigen Einzelimpulsen umgeformt. Ein Soliton entspricht den Parametern in Tabelle 3. Das Paar ergibt sich dann aus den vorgegebenen Parametern  $r$  und  $\sigma$ . Die Impulse durchlaufen die 400 m lange TrueWave SRS Faser. Am Ausgang können die Spektren und die SHG-FROG-Spektrogramme gemessen werden. Klappspiegel ermöglichen zusätzlich die Messung der Eingangssignale.

eine Effizienz von ca. 77% und der SLM von 60% in einfacher Transmission. Das Mikroskop-Objektiv und die Einkopplung in die Faser haben zusammen eine Transmissionseffizienz von ca. 25%. Zusammen mit den Reflektionsverlusten an den Linsen konnten maximal  $\approx 10\%$  des unbearbeiteten Lasersignals letztendlich in die Faser eingekoppelt werden. Ein weiterer wesentlicher Verlust kommt durch die eigentliche Impulsformung zustande. Wie man sich leicht ausrechnen kann, bewirkt das 'Herausschneiden' eines Doppelsolitons mit den  $S_1$ -Parametern aus Tabelle 3 und den Paar-Parametern  $r_{II} = 0,8$  und  $\sigma_{II} = 7,3 T_0$  aus dem Gauß-förmigen Ausgangsspektrum einen Verlust von ca. 70%. Effektiv können in diesem Fall  $\approx 5$  mW in die Faser eingekoppelt werden, was fast genau der doppelten Energie des festgesetzten  $S_1$ -Solitons entspricht. Die Erzeugung von Solitonenzügen mit  $n > 2$  ist demzufolge mit diesem Aufbau prinzipiell nicht möglich. Die Energie ist nicht ausreichend, um ein drittes Soliton aus dem Ausgangsspektrum zu formen.



Weiterhin ist es erforderlich, bei der Erzeugung der Doppelimpulse die Energie am Ausgang der Faser auf die berechnete Energie des Doppelimpulses einzustellen. Die Amplitudenmodulation am SLM kann nicht in absoluten Einheiten erfolgen, so dass diese Kalibrierung notwendig ist. SLM, OSA und SHG-FROG sind über LabView [102] miteinander verbunden, die Programmierung wurde von Dipl.-Phys. Philipp Rohrmann realisiert. Die Kalibrierung der Komponenten und die Erzeugung der Phasenmasken des SLM erfolgt automatisiert über diese Schnittstelle.

#### 4.4.4 Ergebnisse

Im Experiment sollte nicht nur die Existenz Raman-verschobener Solitonenpaare nachgewiesen werden, ebenfalls sollte die Dynamik von Impulspaaren im Ungleichgewicht der Kräfte überprüft werden. Die Eingangsparameter der Solitonen mussten dafür sehr genau eingestellt werden. Ein erwartetes Spitzenleistungsverhältnis von  $r \approx 0,8$  bedeutet bereits, dass sich die maximalen Feldbeträge der Solitonen nur um ca. 10% unterscheiden. Weiterhin bedeutet eine Abstandsabweichung von 2 – 3% (dies entspricht weniger als 7 optischen Zyklen bei der verwendeten Wellenlänge  $\lambda_0$ ) im hochdynamischen Bereich um das Typ-II-Solitonenpaar (siehe Abb. 29(b)) eine deutlich unterschiedliche Ausbreitung des Solitonenpaares. Im Experiment ergaben sich jedoch Abweichungen der mit dem SLM erzeugten Spektren von den Vorgaben im unteren Prozentbereich, so dass die tatsächlich eingestellten Eingangsparameter  $r$ ,  $\sigma$  und  $\varphi_{\text{rel}}$  aus den gemessenen Eingangsspektren durch Anfitten gewonnen wurden. Ein systematischer Parameterscan war daher nicht möglich.

Drei Beispiele solcher punktuellen Messungen sind in Abb. 31 gezeigt und durch A, B und C markiert. Jede Teilabbildung zeigt oben links die gemessenen Spektren (durchgezogene Kurven) am Eingang (schwarz) und Ausgang (rot). Die korrespondierenden Spektren aus numerischen Simulationen sind gestrichelt miteingezeichnet. Auf der rechten Seite sind die gemessenen SHG-FROG-Spektrogramme vom Ein- und Ausgang zu sehen. Links unten sind die Ausbreitungen der Solitonenpaare im Spektralbereich (gleiche Skala wie die gemessenen Spektren) und Zeitbereich dargestellt. Zunächst ist festzuhalten, dass alle Ausgangsspektren gegenüber den Eingangsspektren durch den Raman-Effekt deutlich rotverschoben sind ( $\Delta\omega \approx 6 \text{ rad ps}^{-1}$ ,  $\Delta\lambda \approx 8 \text{ nm}$ ).

Von oben nach unten wurde der Eingangsabstand vergrößert (vgl. auch Abb. 29(b)). Der Ausgangsabstand lässt sich sehr gut an den SHG-FROG-Spektrogrammen ablesen. Er entspricht dem Abstand zwischen dem mittleren und einem der äußeren Signalanteile des Spektrogramms. Der Eingangsabstand ist in den Spektrogrammen mit strich-punktierten Hilfslinien eingezeichnet. Bei den Messungen A und C ändert sich der Ausgangsabstand deutlich mit  $\Delta\sigma = 121\%$  bzw.  $\Delta\sigma = 70\%$ . Hier sind offensichtlich keine Solitonenpaare gefunden worden. Messung B ist im Parameterbereich des Typ-II-Solitonenpaares und weist eine sehr kleine Abstandsänderung von 15% auf. Die SHG-FROG-Spektrogramme vom Ein- und Ausgang sehen näherungsweise gleich aus, bis auf die Rotverschiebung um  $2\Delta\omega$  des kompletten Spektrogramms. Auch die Ein- und Ausgangsspektren der Messung B sehen näherungsweise gleich aus.



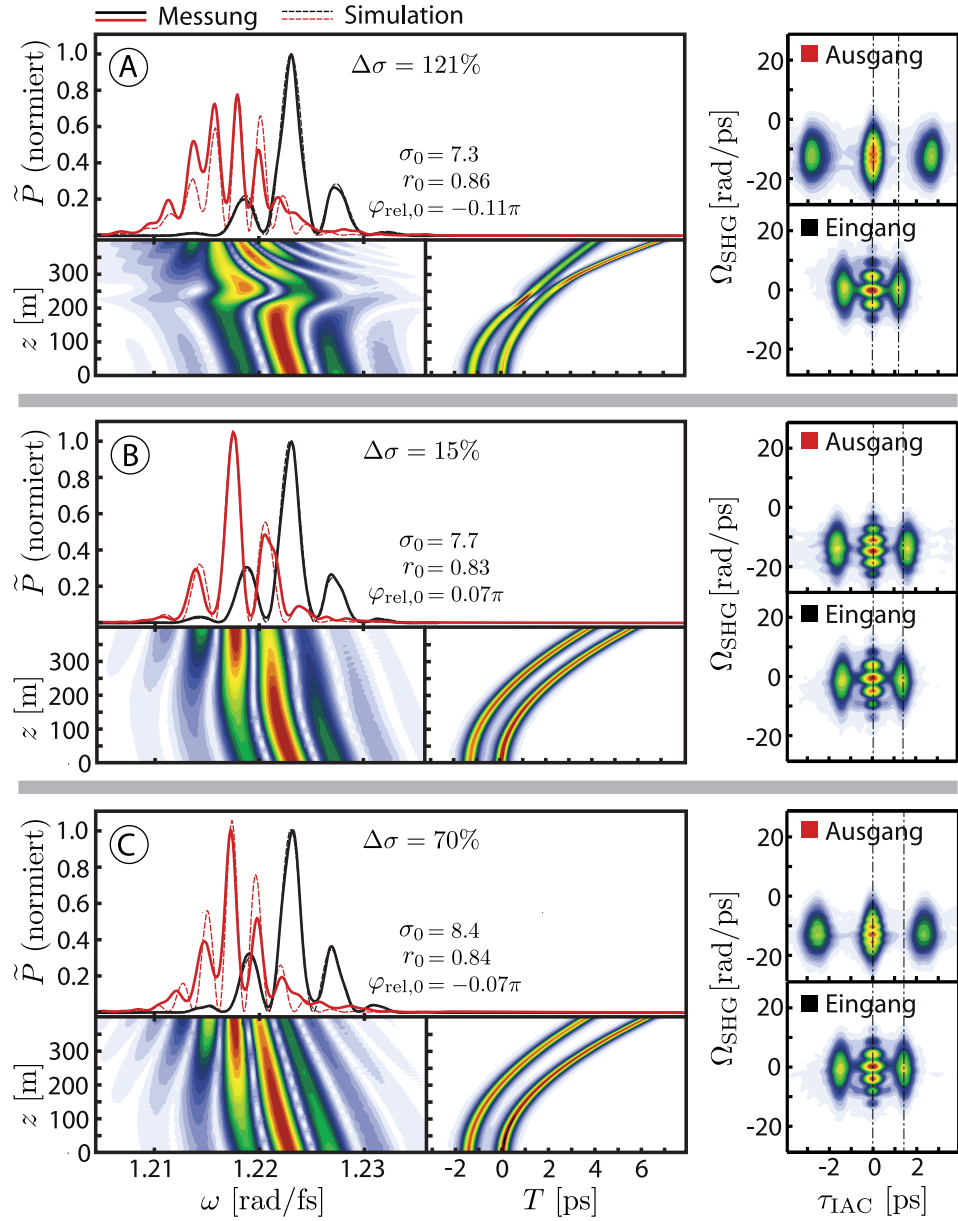


Abbildung 31.: Drei Beispielmessungen und korrespondierende Simulationen der Ausbreitung von Solitonenpaaren unter Einfluss des Raman-Effekts. Jede Teilabbildung zeigt oben links das gemessene und simulierte Eingangsspektrum (schwarz) und das Ausgangsspektrum (rot). Rechts sind die gemessenen SHG-FROG-Spektrogramme vom Ein- und Ausgang abgebildet. Im unteren Bereich jeder Teilabbildung ist die simulierte Ausbreitung im Spektral- und Zeitbereich zu sehen. Messung (A) zeigt eine Kollision, Messung (C) ein Auseinanderlaufen der Solitonen. Messung (B) zeigt ein Typ-I-Solitonenpaar.

Aus den Messwerten lässt sich nachweisen, dass es einen ausgezeichneten Abstand (B) gibt, bei dem die Abstandsänderung minimal ist. Die Solitonenpaare bleiben bei diesem Eingangsabstand erhalten. Kleinere (A) bzw. größere (C) Eingangsabstände als dieser führen zu einem deutlich größeren Ausgangsabstand. Ob nun bei der Messung B ein Typ-I-Solitonenpaar oder ein Typ-II-Solitonenpaar

beobachtet wurde, lässt sich aus den Messergebnissen allein nicht ableiten. Die korrespondierenden numerischen Simulationen geben jedoch Aufschluss darüber. Die simulierte Ausbreitung des Paares im Spektralbereich (Messung B) zeigt eine rotierende relative Phase, die nach einer Ausbreitungsstrecke von 400 Metern eine fast vollständige Phasenrotation vollendet hat. Daher sehen die gemessenen Ein- und Ausgangsspektren näherungsweise gleich aus.

Die theoretische Betrachtung sagt voraus, dass zu kleine Eingangsabstände (A) zu einer Anziehung der Solitonen auf Grund des dominierenden Kerr-Effektes führen. Zu große Eingangsabstände (B) sollen zu einer Abstoßung durch die dominierende differentielle Raman-Verschiebung führen. Dies kann hier ebenfalls bestätigt werden. Die Vergleichssimulation zur Messung A zeigt im Zeitbereich deutlich eine Anziehung der Solitonen und deren Kollision. Da die Kollision bereits bei ca. 250 m stattfindet, haben sich die Solitonen nach 400 m deutlich auseinanderbewegt und es wurde ein größerer Ausgangs- als Eingangsabstand gemessen. Dies ist qualitativ anders als bei Messung C, bei der die Vergleichssimulation ein einfaches Auseinanderlaufen der Solitonen zeigt, was ebenfalls zu einem größeren gemessenen Ausgangsabstand führt.

Die experimentellen Untersuchungen bestätigen die Existenz von Typ-I-Solitonenpaaren sowie die Bewegungsdynamik der Solitonen bei nicht ausgeglichenen Kräfteverhältnissen mit dominierendem Kerr- bzw. Raman-Effekt. Ein Typ-II-Solitonenpaar konnte im Experiment noch nicht gefunden werden. Ursache dafür können der deutlich eingeschränkte Parameterbereich und die Instabilität des Solitonenpaares sein. Abhilfe kann hier nur eine deutlich präzisere Impulsformung schaffen.

#### 4.5 SCHLUSSBEMERKUNGEN

Über die erste Beobachtung von Solitonenpaaren unter Einfluss des Raman-Effekts in numerischen Simulationen wurde 1996 von Akhmediev et al. [11] berichtet. Mehr als zehn Jahre später konnten im Zusammenhang mit der Superkontinuumserzeugung in PCFs Signaturen von Solitonenpaaren im Experiment durch Podlipensky et al. [115, 116] nachgewiesen werden. In diesem Kapitel wurde ein umfassendes Bild dieser Raman-verschobenen Solitonenpaare gezeichnet. Die Einteilung in Typ-I/II-Solitonenpaare erlaubt nun die Charakterisierung dieser veröffentlichten Ergebnisse. Während das von Akhmediev et al. in [11] vorgestellte Impulspaar ein Typ-II-Solitonenpaar ist, wurden in [115, 116] offensichtlich Typ-I-Solitonenpaare beobachtet, die instabil sind.

Typ-I/II-Solitonenpaare basieren auf einem instabilen Kräftegleichgewicht zwischen Kerr-Wechselwirkung und einer differentiellen Beschleunigung der Solitonen durch den Raman-Effekt. Die Wirkung des Raman-Effekts entspricht dabei einer Scheinkraft, die die Solitonen relativ zueinander beschleunigt. Die Klassifizierung in Typ-I und Typ-II wurde hier auf Grund einer rotierenden bzw. konstanten relativen Phase eingeführt. In verschiedenen theoretischen Behandlungen des Problems wurden in diesem Kapitel die Existenzbereiche und die Parameterentwicklungen der Typ-I/II-Solitonenpaare hergeleitet. Weiterhin konnte hier gezeigt werden, dass sich diese Impulsstrukturen auf Typ-I/II-Solitonenketten erweitern lassen. Ausführliche numerische Untersuchungen

stützen die Vorhersagen der Theorie, so dass letztendlich die Existenz der Typ-I-Solitonenpaare mit den vorhergesagten Parametern im Experiment bestätigt werden konnte.

Im vorhergehenden Kapitel wurden Solitonenpaare unter Einfluss des Raman-Effektes vorgestellt. Diese Paare basieren auf einem instabilen Kräftegleichgewicht. Im folgenden Kapitel wird die Bindung von DM-Solitonen untersucht, die zur Bildung von Solitonenmolekülen führt. Es stellt sich heraus, dass diese Bindung stabil ist und durch das dispersive 'Atmen' der Impulse in den Fasersegmenten hervorgerufen wird [V2]. Weiterhin wird in diesem Kapitel die Wechselwirkung von DM-Solitonen analysiert, die keine ideale Eingangsimpulsform aufweisen. In diesem Fall unterliegen die DM-Solitonen langperiodischen Oszillationen ihrer Impulsform [V4] und ihre Wechselwirkung weist fraktale Strukturen auf [V8].

### 5.1 STABILE BINDUNG DES FUNDAMENTALEN SOLITONENMOLEKÜLS

Im folgenden Abschnitt wird die Wechselwirkung von DM-Solitonen mit dem in Kapitel 3 eingeführten Ansatz behandelt. Es wird ein effektives Bindungspotential bestimmt, mit dem die Bewegung dicht benachbarter DM-Solitonen vorhergesagt werden kann.

#### 5.1.1 Einfluss des Chirps auf die Solitonen-Wechselwirkung

Die DM-NLSE (2.53) lässt sich wie die NLSE auf die Solitonenlösung normieren (siehe Abschnitt 2.3)

$$-i \frac{\partial}{\partial \xi} w = \frac{D_2(\xi)}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} w + |w|^2 w, \quad (5.1)$$

wobei  $w = u + v$  die Superposition zweier DM-Solitonen repräsentieren soll. Die DM-Solitonen werden entsprechend Kapitel 3 im Teilchenbild behandelt und Änderungen ihrer Mittenfrequenzen während der Ausbreitung als Kräfte berechnet. DM-Solitonen besitzen in guter Näherung eine Gauß-Form (bei ausreichender Dispersionsmodulation, siehe Anhang D). Um die Wechselwirkung behandeln zu können, wird angenommen, dass sich diese qualitative Form innerhalb einer Dispersionsperiode nicht ändert; nur die Parameter Impulsdauer, Spitzenleistung und Chirp können variieren. In der normierten DM-NLSE ergibt sich damit für die DM-Solitonen  $u$  und  $v$

$$u = \sqrt{W} \left( \frac{\eta}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left\{ -\frac{(\eta + i\beta)}{2} \left( \tau + \frac{1}{2} \sigma \right)^2 - i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2} \right\} \quad (5.2)$$

$$v = \sqrt{W} \left( \frac{\eta}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left\{ -\frac{(\eta + i\beta)}{2} \left( \tau - \frac{1}{2} \sigma \right)^2 + i \frac{\varphi_{\text{rel}}}{2} \right\} \quad (5.3)$$

mit dem zeitlichen Abstand  $\sigma$ , der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}$ , dem Chirpparameter  $\beta = \beta(\xi)$  und dem Skalierungsparameter  $\eta = \eta(\xi)$ . Der Vorfaktor  $\sqrt{W}(\eta/\pi)^{1/4}$

skaliert mit  $W = \int u(\tau, \xi = 0) u^*(\tau, \xi = 0) d\tau$  und dem Skalierungsparameter  $\eta$  die Impulse auf die Eingangsenergie. Äquivalent zur Behandlung der Wechselwirkung fundamentaler NLSE-Solitonen in Kapitel 3 folgt für das Intensitätsprofil des DM-Solitonenmoleküls

$$|u + v|^2 = W \left( \frac{\eta}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \exp \left\{ -\eta \left( \tau + \frac{1}{2} \sigma \right)^2 \right\} + \exp \left\{ -\eta \left( \tau - \frac{1}{2} \sigma \right)^2 \right\} + 2 \exp \left\{ -\eta \left( \tau^2 + \frac{1}{4} \sigma^2 \right) \right\} \cos(\beta \tau \sigma - \varphi_{\text{rel}}) \right]. \quad (5.4)$$

Mit den Abkürzungen  $\tilde{A} = \eta \tau \sigma$  and  $\tilde{B} = \varphi_{\text{rel}} - \beta \tau \sigma$  und Gl. (3.9) erhält man die Mittenfrequenzänderung des DM-Solitons  $u$  auf Grund des Kerr-Effekts

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u &= W \left( \frac{\eta}{\pi} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -2\eta \left( \tau^2 + \frac{1}{4} \sigma^2 \right) \right\} \\ &\times \left[ \eta(\sigma - 2\tau) \left( \exp(2\tilde{A}) - 1 \right) - 2 \exp \tilde{A} \left( 2\eta \tau \cos \tilde{B} + \beta \sigma \sin \tilde{B} \right) \right] d\tau. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Auf Grund der Symmetrie bei dieser Betrachtung gilt (5.5) auch für  $v$  mit umgekehrtem Vorzeichen. Für ungechirpte Impulse ( $\beta = 0$ ) kann das Integral in (5.5) analytisch gelöst werden und man erhält

$$\frac{d}{d\xi} \langle \Omega \rangle_u = -W \left( \frac{\eta}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \eta \sigma \left[ \exp \left( -\frac{1}{2} \sigma^2 \eta \right) + \exp \left( -\frac{3}{8} \sigma^2 \eta \right) \cos \varphi_{\text{rel}} \right]. \quad (5.6)$$

In Abb. 32 ist beispielhaft die auf  $u$  wirkende Kraft  $d \langle \omega \rangle_u / d\xi$  in Abhängigkeit vom Abstand  $\sigma$  für verschiedene relative Phasenwerte  $\varphi_{\text{rel}}$  und Chirpparameter  $\beta$  der DM-Solitonen gezeigt. Negative (positive) Werte von  $d \langle \omega \rangle_u / d\xi$  bedeuten bei anomaler Dispersion eine Anziehung (Abstoßung) der DM-Solitonen. Mit dem Gauß-Ansatz ergibt sich damit für gleichphasige DM-Solitonen eine Anziehung bei allen Abständen. Dies ist vergleichbar mit der Wechselwirkung gleichphasiger fundamentaler NLSE-Solitonen. Für gegenphasige DM-Solitonen ändert sich das qualitative Verhalten grundlegend. Während ungechirpte ( $\beta = 0$ ) gegenphasige Impulse abstoßend bei allen Abständen wechselwirken, gibt es für gechirpte ( $\beta \neq 0$ ) gegenphasige DM-Solitonen Bereiche, in denen sie anziehend wirken. Bei kleiner werdendem Abstand gibt es für jeden Wert von  $\beta$  einen Gleichgewichtspunkt (schwarze Punkte in Abb. 32), bei dem die Kraft verschwindet. Bei kleineren Abständen zeigen die Impulspaare wieder ein abstoßendes Verhalten. Dies bedeutet, dass es sich hier um stabile Kräftegleichgewichte handelt. Ursache für dieses geänderte Verhalten gechirpter Impulse ist die modulierte Einhüllende des Doppelimpulses im Überlappbereich durch die parabolischen Phasenfunktionen. Es entstehen abwechselnde Bereiche konstruktiver und destruktiver Interferenz, die das Leistungsprofil im Überlappbereich beeinflussen und somit die Wirkung des Kerr-Effekts auf die individuellen DM-Solitonen verändern. Dabei können interferenzbedingte Nebenmaxima auftreten, die aber nichts mit den modulierten Flanken der DM-Solitonen zu tun haben (siehe Abschnitt 2.6.1). Beispielhaft ist eine VAMPIRE-Messung [V1] eines solchen Doppelimpulses und die entsprechende Modellierung mit Gauß-Impulsen in Abb. 33 gezeigt. In den Kreuzungsbereichen der individuellen Phasen treten

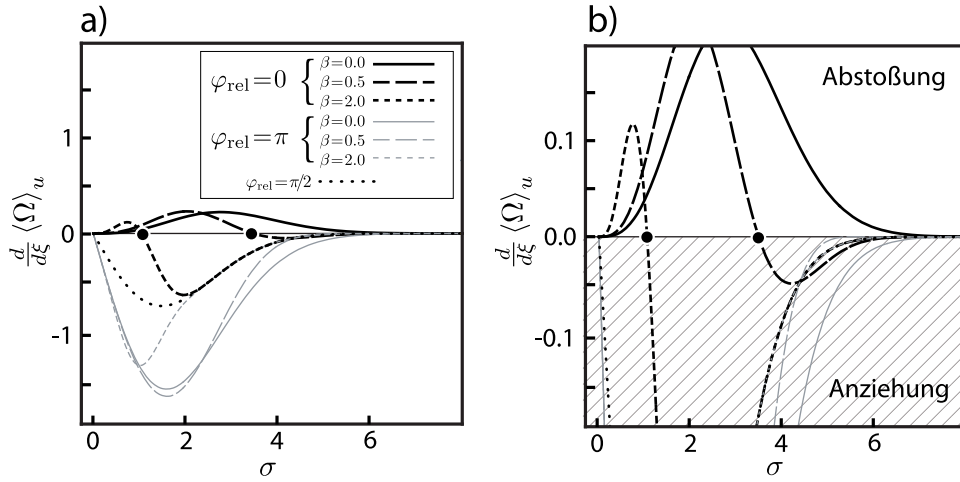


Abbildung 32.: Teilabb.(a): Kraft  $d\langle\Omega\rangle_u/d\xi$  (in Einheiten von  $W(\eta/\pi)$ ) berechnet aus (5.5). Für die relativen Phasen  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  sind die wirkenden Kräfte abhängig vom Abstand  $\sigma$  für drei verschiedene Chirpparameter  $\beta$  dargestellt. Der Fall  $\varphi_{\text{rel}} = \pi/2$  ist für ungechirpte Impulse gezeichnet. Teilabb.(b) zeigt eine vergrößerte Darstellung von (a). Punkte auf der horizontalen Achse markieren stabile Gleichgewichtspunkte. Positive (negative) Werte von  $d\langle\Omega\rangle_u/d\xi$  bedeuten Abstoßung (Anziehung) im Falle anomaler Dispersion. Verwendeter Skalierungsparameter:  $\eta = 0,454$ .

Nebenmaxima auf. Im Gegensatz zu DM-Solitonen sind Solitonen der nichtlinearen Schrödingergleichung immer Fourier-limitiert. Daher gibt es in der NLSE bzw. GNLS keine stabilen Gleichgewichte auf Grund des Chirps.

Die relative Phase bleibt im Fall  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  erhalten und die DM-Solitonen erfahren keinen Energieübertrag. Solitonenmoleküle bzw. Züge aus DM-Solitonen können nur mit relativen Phasen  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  über längere Strecken existieren. Bei der Ausbreitung innerhalb einer Dispersionsperiode ändern sich die individuellen Impulsparameter  $\eta$  und  $\beta$  periodisch. Daher beschreibt (5.5) die lokal wirkende Kraft.

### 5.1.2 Effektive Kraft und Ursache der Bindung

DM-Solitonen basieren auf einem effektiven dynamischen Gleichgewicht von mittlerer (negativer) Dispersion  $\bar{\beta}_2$  und dem nichtlinearen Kerr-Effekt, repräsentiert durch  $\gamma$ . Um eine effektive Wechselwirkung zwischen den DM-Solitonen beschreiben zu können, muss die lokale Kraft (5.5) über eine komplette Dispersionsperiode gemittelt werden. Zum besseren Vergleich mit experimentellen Daten sei (5.5) hier in absoluten Einheiten angegeben

$$\frac{d}{dz} \langle \omega_{\Delta} \rangle_u = -\gamma P' \exp\left(-\frac{T_{\sigma}^2}{2T_0^2}\right) \left[ \frac{T_{\sigma}}{\sqrt{2}T_0^2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}T_0^3} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(T) dT \right], \quad (5.7)$$

mit der Abkürzung

$$\Theta(T) = \exp\left(-\frac{2T^2 + TT_{\sigma}}{T_0^2}\right) [2T \cos \alpha + CT_{\sigma} \sin \alpha] \quad . \quad (5.8)$$



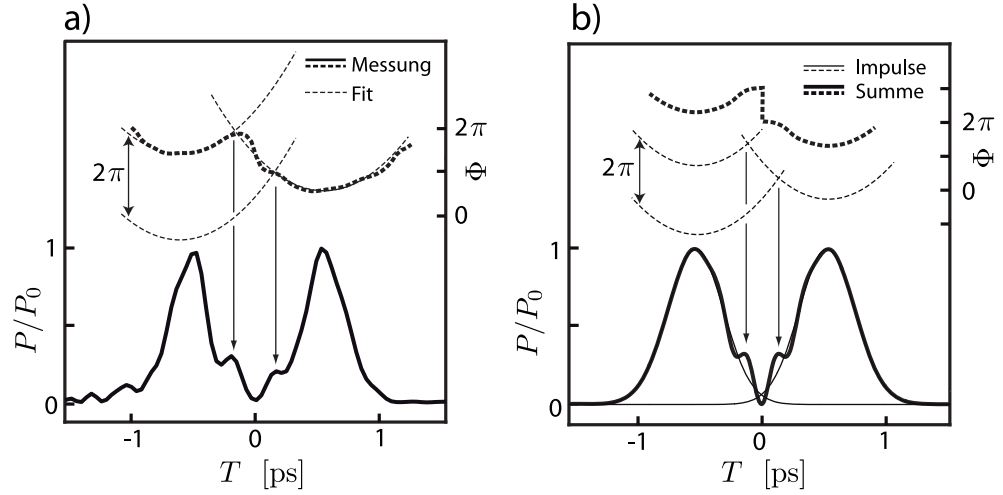


Abbildung 33.: Teilabb.(a): Phasensensitive VAMPIRE-Messung eines gechirpten Doppelimpulses mit moduliertem Überlapp aus [V1]. Teilabb.(b): Äquivalente Modellierung aus gechirpten Gauß-Impulsen. Nebenmaxima entstehen in den Kreuzungspunkten der Phasen durch konstruktive Interferenz.

Der Parameter  $\alpha$  beinhaltet die interferenzbedingten Feldoszillationen im Überlappbereich

$$\alpha = \frac{CT_\sigma}{T_0^2} T - \varphi_{\text{rel}} \quad . \quad (5.9)$$

Dabei ist  $T_\sigma = \sigma T_0$  der absolute Impulsabstand und  $C = \beta$  der Chirpparameter. Die Superposition von zwei Impulsen führt i.A. interferenzbedingt zu einer Energiedifferenz zwischen zweifacher Impulsenergie und Impulspaarenergie. Um dies zu korrigieren, wird eine Spitzenleistung  $P'(z)$  benutzt, die die konstruierten Impulspaare auf die zweifache Einzelimpulsenergie normiert. Die Impulsparameter  $T_0 = T_0(z)$  und  $C = C(z)$  müssen aus der Ausbreitung eines einzelnen stationären DM-Solitons bestimmt werden. Mit diesen Werten lässt sich dann die lokale Mittenfrequenzverschiebung der DM-Solitonen abhängig vom festgelegten Abstand  $T_\sigma$  an jedem Punkt  $z$  der Dispersionsperiode  $L_{\text{map}}$  berechnen. Die effektive Frequenzverschiebung ergibt sich aus

$$\Delta \langle \omega_\Delta \rangle_U (T_\sigma) = \int_0^{L_{\text{map}}} \frac{d}{dz} \langle \omega_\Delta \rangle_U (T_\sigma, T_0(z), C(z), P'(z)) dz \quad , \quad (5.10)$$

und damit folgt für die auf das Soliton  $U$  wirkende effektive (gemittelte) Kraft

$$\frac{d}{dz} \langle \omega_\Delta \rangle_{U,\text{eff}} (T_\sigma) = \Delta \langle \omega_\Delta \rangle_U / L_{\text{map}} \quad . \quad (5.11)$$

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Faser- und Impulsparametersätze (PS) verwendet. Diese sind für eine bessere Übersicht in Tabelle 7 im Anhang E aufgelistet. Der jeweilige benutzte Parametersatz wird mit Tab.7-PS<sub>x</sub> angegeben. Mit den Eingangsimpulsparametern (Tab.7-PS<sub>1</sub>) wurde numerisch

iterativ das entsprechende stationäre DM-Soliton ermittelt. Aus der Propagation über eine Dispersionsperiode wurden durch Anfitzen die Impulsdauer  $T_0(z)$  und der Chirpparameter  $C(z)$  bestimmt. In Abb. 34(a) sind diese Impulsparameter innerhalb einer Dispersionsperiode dargestellt. An den Stellen  $C = 0$  befinden sich die chirpfreien Punkte. Wie bereits in Abschnitt 2.6.1 beschrieben, ist die Fokussierung des DM-Solitons im anomal dispersiven Segment (SSMF) am stärksten. Daher ist die Impulsdauer  $T_0$  im CFP der SSMF deutlich kleiner als im CFP der DCF.

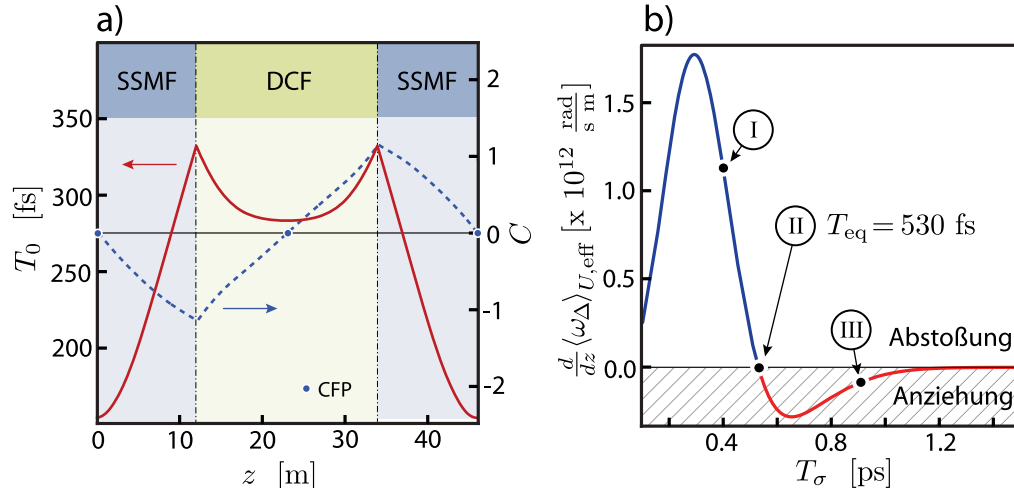


Abbildung 34.: Teilabb.(a): Entwicklung der Impulsparameter  $T_0(z)$  und  $C(z)$  des stationären einzelnen DM-Solitons in einer Dispersionsperiode. Teilabb.(b): Effektive Kraft, die auf das DM-Soliton  $U$  wirkt. Abhängig vom Abstand  $T_\sigma$  ergeben sich Bereiche attraktiver ( $T_\sigma > T_{eq}$ ) und repulsiver Wechselwirkung ( $T_\sigma < T_{eq}$ ) der DM-Solitonen. Bei  $T_{eq} = 530 \text{ fs}$  findet sich der Gleichgewichtsabstand des Solitonenmoleküls. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>1</sub>).

Die Bestimmung der Parameter basiert auf dem Ansatz, DM-Solitonen als Gauß-Impulse zu beschreiben. Diese Näherung passt gut im Kern der Impulse. In den Flanken, deren Form essentiell für die Wechselwirkung ist, ist dies jedoch nur ein grobes Modell. Eine bessere quantitative Übereinstimmung kann erreicht werden, indem die Wirkung des Chirpparameters  $C$  stärker gewichtet wird. Daher wird hier wie in [V8] eine Korrektur in der Form  $C'(z) = 2C(z)$  vorgenommen. Mit dieser Korrektur ergibt sich für die effektive Kraft  $d\langle\omega_\Delta\rangle_U/dz$  das in Abb. 34(b) gezeigte Verhalten für gegenphasige DM-Solitonen. Es gibt einen ausgezeichneten Gleichgewichtsabstand  $T_{eq} = 530 \text{ fs}$ , bei dem die effektive Kraft verschwindet. Dies ist der Gleichgewichtsabstand des fundamentalen Solitonenmoleküls. Bei Eingangsabständen  $T_{\sigma,0} > T_{eq}$  wirkt die effektive Kraft durch die anomale mittlere Dispersion anziehend. Im Falle  $T_{\sigma,0} < T_{eq}$  zeigen die DM-Solitonen schon bei kleinen Abweichungen von  $T_{eq}$  eine starke repulsive Wechselwirkung.

In Abb.34(b) sind drei Abstände (I)-(III) gekennzeichnet, für die beispielhaft die Wirkung der lokalen Kraft  $d\langle\omega_\Delta\rangle_U/dz$  innerhalb der Dispersionsperiode betrachtet werden soll. Die Entwicklung der lokalen Frequenzverschiebung  $d\langle\omega_\Delta\rangle_U/dz$  des Solitons  $U$  ist in Abb. 35 für diese drei Eingangsabstände

(I)-(III) dargestellt. Die Frequenzverschiebung des zweiten DM-Solitons V hat den gleichen Wert mit umgekehrtem Vorzeichen. Im repulsiven Bereich (I) der Wechselwirkung wird das Soliton U überall innerhalb der Dispersionsperiode blauverschoben. Die Bewegung der DM-Solitonen ist bestimmt durch die lokale Dispersion, d.h. dass sich die Solitonen in der SSMF voneinander wegbewegen, in der DCF bewegen sie sich jedoch aufeinander zu. Der Netto-Effekt der Abstoßung ergibt sich erst aus der mittleren negativen Dispersion  $\bar{\beta}_2$ . Beim Gleichgewichtsabstand  $T_{eq}$  im Beispiel (II) gibt es Bereiche der Blauverschiebung von U, in denen die Impulse fokussiert und schwach bzw. ungechirpt sind. Dies ist in den Bereichen um die CFP der Fall. Dort zeigen die DM-Solitonen qualitativ die gleiche Wechselwirkung wie gegenphasige fundamentale NLSE-Solitonen (siehe Kapitel 3). In den Bereichen um die Faserübergänge jedoch werden die individuellen DM-Solitonen stark dispersiv verbreitert und der Überlapp der Impulse wird größer, gleichzeitig haben die Impulse dort ihren stärksten Chirp. Dies führt dann zu der Rotverschiebung des DM-Solitons U. Im Mittel ist im Beispiel (II) die Frequenzverschiebung nach einer Dispersionsperiode null. Beispiel (III) zeigt, dass bei größeren Abständen die Rotverschiebung an den Faserübergängen dominant ist. An den CFP ist der Effekt der Blauverschiebung deutlich geringer. Daraus ergibt sich die Netto-Anziehung bei diesem Abstand.

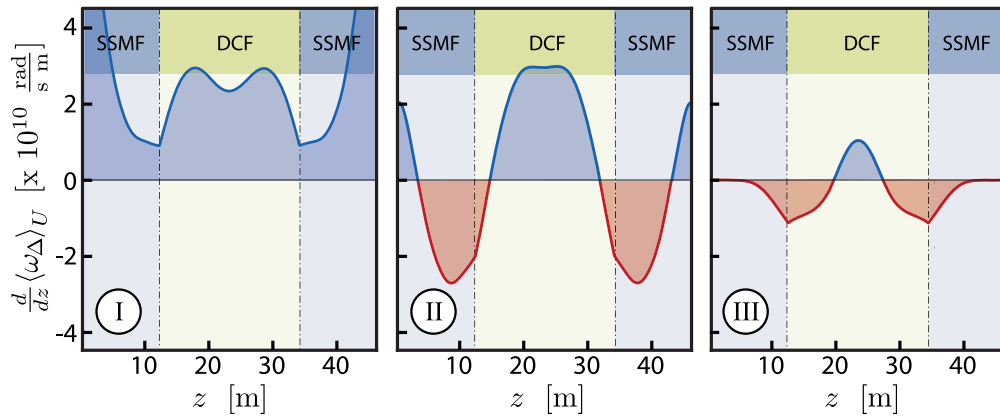


Abbildung 35.: Lokale Kraft  $d\langle\omega_{\Delta}\rangle_U/dz$  innerhalb einer Dispersionsperiode. (I) Bei zu kleinen Abständen (hier  $T_{\sigma,I} = 400$  fs) wird die Mittenfrequenz des zeitlich führenden DM-Solitons U überall blauverschoben. (II) Im Gleichgewicht ( $T_{eq} = 530$  fs) ergibt sich eine Blauverschiebung im Bereich der CFP und eine Rotverschiebung an den Faserübergängen. (III) Bei zu großen Abständen ( $T_{\sigma,III} = 960$  fs) dominiert die Rotverschiebung an den Faserübergängen. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>1</sub>).

Aus diesen Betrachtungen folgt auch der wesentliche Unterschied dieser stabilen Bindung zu den instabilen Solitonenpaaren der GNLSE. Die Anziehung gegenphasiger Impulse wird einzig durch ihren starken Chirp an den Enden der Fasersegmente und der damit verbundenen Modulation des Überlappbereichs der Impulse erzeugt. Der Gleichgewichtsabstand des Solitonenmoleküls ist damit auch abhängig von der Stärke der lokalen Dispersion bzw. der Dispersionsmodulation. Je kleiner die Energie der Impulse und damit die Modulationsstärke  $S$  ist, desto geringer ist der Chirp an den Faserübergängen. Damit verringert sich der Bereich der Rotverschiebung innerhalb einer Dispersi-

onsperiode und für eine verschwindende effektive Kraft (Gleichgewicht) muss der Impulsabstand größer werden. Dies geht jedoch nicht für beliebig kleine Impulsenergien bzw. Modulationsstärken. Ab einer bestimmten energetischen Schwelle ist die Bildung des Moleküls nicht mehr möglich. Die Impulsparametervariation innerhalb der Dispersionsperiode ist unterhalb dieser Schwelle zu klein für die Molekülbildung und die zunehmend Sech-förmigen DM-Solitonen zeigen näherungsweise die gleiche Wechselwirkung wie fundamentale NLSE-Solitonen. Ausführliche numerische Untersuchungen zum Existenzbereich und der energetischen Schwelle finden sich in [59].

### 5.1.3 Bindungspotential und Bewegung der DM-Solitonen

Aus der effektiven Kraft  $d/dz(\Delta \langle \omega_\Delta \rangle_{\text{eff}}) = d/dz(\langle \omega_\Delta \rangle_{V,\text{eff}} - \langle \omega_\Delta \rangle_{U,\text{eff}})$  lässt sich mit (4.32) das Bindungspotential  $V(T_\sigma)$  des Solitonenmoleküls berechnen, welches in Abb. 36(a) gezeigt ist. Es hat einen relativ schwachen anziehenden Anteil und einen sehr schnell sehr stark werdenden repulsiven Anteil. Qualitativ ist der Verlauf damit vergleichbar mit dem Lennard-Jones-Potential [67], das in der Molekülphysik bekannt ist und die Wechselwirkung ungeladener und ungebundener Atome beschreibt. Die Bezeichnung 'Solitonenmolekül' ist also durchaus gerechtfertigt.

Die Bewegung der DM-Solitonen in diesem Potential  $V(T_\sigma)$  kann bestimmt werden, indem die zeitlichen Abstände  $T_\sigma$  und Geschwindigkeiten  $v$  (hier in [s/m]) der Impulse nach jeder Dispersionsperiode  $n$  mit der effektiven Frequenzverschiebung (5.10) berechnet werden aus

$$v_{n+1} = v_n + \Delta \langle \omega_\Delta \rangle_{\text{eff}}(T_{\sigma,n}) \bar{\beta}_2 \quad (5.12)$$

$$T_{\sigma,n+1} = T_{\sigma,n} - 2(\Delta \langle \omega_\Delta \rangle_{\text{eff}}(T_{\sigma,n}) \bar{\beta}_2 L_{\text{map}} + v_{\text{in}} L_{\text{map}}) \quad (5.13)$$

mit der Eingangsgeschwindigkeit  $v_0 = 0$  und dem Initialabstand  $T_{\sigma,0}$  des DM-Solitonenpaares. In Abb. 36(b) sind drei Beispiele für die Positionsentwicklung der DM-Solitonen unter Einfluss des effektiven Molekülpotentials und die entsprechenden numerischen Simulationen gezeigt. Beispiel (I) startet bei einem Abstand  $T_{\sigma,I} = 380$  fs, der dem Nulldurchgang von  $V(T_\sigma)$  entspricht. Es erfolgt zunächst eine Abstoßung, bis die DM-Solitonen den Gleichgewichtsabstand  $T_{\text{eq}}$  überschreiten. Danach wechselwirken die Impulse attraktiv und das Auseinanderlaufen wird abgebremst. Dies geschieht durch die Startbedingung  $V(T_{\sigma,I}) = 0$ , bis die Relativgeschwindigkeit näherungsweise null ist. Startabstände kleiner als  $T_{\sigma,I}$  führen unweigerlich zum Auseinanderbrechen des Impulspaares.

Beispiel (II) startet im Gleichgewichtsabstand  $T_{\sigma,II} = T_{\text{eq}} = 530$  fs und erfährt demzufolge keine effektive Wechselwirkung. Der Abstand des fundamentalen Solitonenmoleküls bleibt unverändert während der Ausbreitung. Interessanter ist dann wieder Beispiel (III) mit einem Startabstand von  $T_{\sigma,III} = 800$  fs. Die DM-Solitonen bewegen sich relativ langsam aufeinander zu, bis sie in den Bereich stark repulsiver Wechselwirkung kommen. Die Abstoßung erfolgt dann sehr schnell. Die akkumulierte Relativgeschwindigkeit reicht aber nicht aus, um aus der Bindung auszubrechen. Die Abstandssoszillationen entsprechen mehr einem 'Abprallen' der Impulse aneinander, was natürlich an der Form

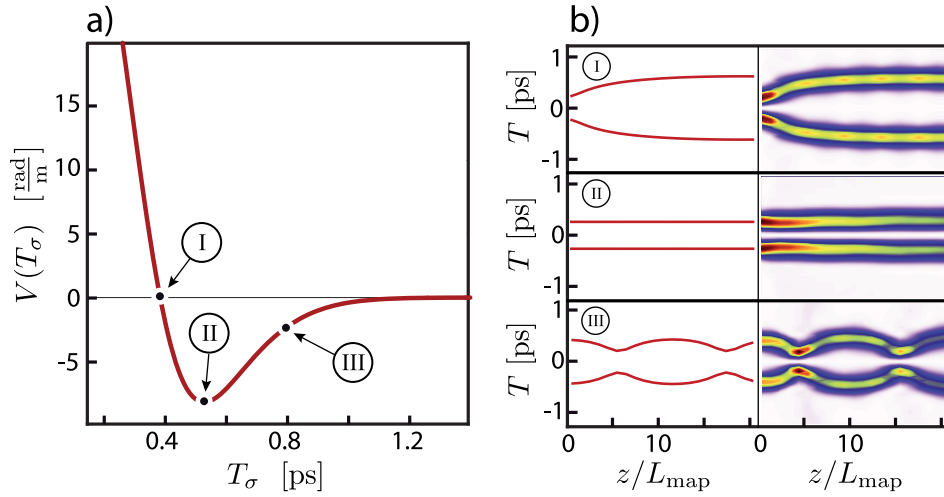


Abbildung 36.: Teilabb.(a): Bindungspotential  $V(T_\sigma)$  des fundamentalen Solitonenmoleküls. Für  $V(T_\sigma) < 0$  ergeben sich stabil gebundene Impulspaare. Bei  $V(T_\sigma) > 0$  kommt keine Bindung zustande. Teilabb.(b): Berechnete (links) und numerisch simulierte (rechts) Position der DM-Solitonen während der Ausbreitung für die drei in Teilabb.(a) markierten Eingangsabstände. Beispiel (I) liegt an der Grenze des Fangbereichs. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>1</sub>).

des Bindungspotentials  $V(T_\sigma)$  liegt. Nur bei sehr kleinen Auslenkungen von der Gleichgewichtslage zeigen die Impulse näherungsweise harmonische Abstandsänderungen. Je größer der Eingangsabstand ist, desto länger ist so eine Oszillationsperiode. Die untere Grenze des Fangbereichs des fundamentalen Solitonenmoleküls ist in diesem Fall gegeben durch  $T_{\sigma,I}$ . Die obere Grenze ist hier theoretisch  $\infty$ . Dies liegt jedoch an dem verwendeten Gauß-Ansatz der DM-Solitonen. Die exponentiell abfallenden Flanken stationärer DM-Solitonen können das Bindungspotential bei großen Abständen modifizieren, so dass auch weitere Bindungsabstände oberhalb des Gleichgewichtsabstandes des fundamentalen Solitonenmoleküls möglich sind. Für die numerischen Simulationen in Abb. 36(b) wurden ebenfalls Superpositionen von Gauß-Impulsen als Startwerte genutzt. Die qualitative Übereinstimmung mit den berechneten Bewegungen der DM-Solitonen ist sehr gut.

Diese Übereinstimmung zeigt sich auch, wenn man sich die globale Wechselwirkung bzw. die Entwicklung des Impulsabstandes  $T_\sigma(z)$  für alle Eingangsabstände  $T_{\sigma,0}$  im interessanten Bereich anschaut. In Abb. 37 ist dieses globale Wechselwirkungsmuster berechnet aus der Störungstheorie (a) und aus numerischen Simulationen (b) dargestellt. Bei dieser Darstellung ist der lokale Abstand  $T_\sigma(z)$  der Impulse farblich kodiert. Für jeden Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  liest sich die Abstandsentwicklung entlang der entsprechenden horizontalen Linie. Zur Verdeutlichung sind die drei Beispiele (I)-(III) aus Abb. 36 miteingetragen. Diese Form der Darstellung ist sehr intuitiv und gibt einen Überblick über den wichtigen Bereich der Wechselwirkung. Für jeden Eingangsabstand ist die Abstandsänderung während der Ausbreitung entlang einer gedachten horizontalen Linie von links nach rechts abzulesen. Ändert sich die Farbe dabei nicht, bleibt der Abstand der Impulse unverändert.

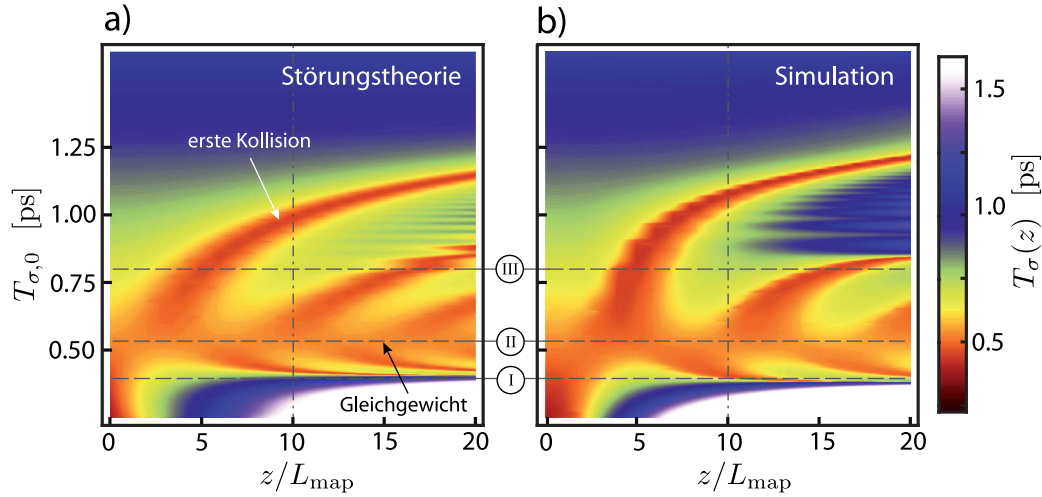


Abbildung 37.: Lokaler Impulsabstand  $T_\sigma(z)$  von gegenphasigen DM-Solitonen in der DM-Faser abhängig vom Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$ . Teilabb.(a) entspricht der Berechnung aus (5.13). Teilabb.(b) zeigt die korrespondierende numerische Simulation. Die gestrichelten Linien zeigen die Beispiele (I)-(III) aus Abb. 36. Die vertikale Strich-Punkt-Linie markiert das Ende der im Experiment verwendeten DM-Faser. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>1</sub>).

Es ist deutlich zu erkennen, dass unterhalb der gestrichelten Linie von Beispiel (I) die Impulse schnell auseinanderlaufen. Oberhalb von  $T_{\sigma,0} \approx 1,3$  ps ist hier keine bzw. eine sehr geringe Anziehung zu verzeichnen. Es erfordert deutlich längere Ausbreitungsstrecken, um eine Wirkung zu sehen. Bei Abweichungen vom Gleichgewichtsabstand, der durch die gestrichelte Linie von Beispiel (II) markiert ist, sind die Oszillationen des Solitonenabstands zu sehen. Oszillationen, die aus Startabständen  $T_{\sigma,0} > T_{eq}$  hervorgehen, haben eine Phasenverschiebung von  $\pi$  gegenüber Oszillationen mit  $T_{\sigma,0} < T_{eq}$ .

Ein charakteristisches Muster in dieser Darstellung ist der Ast der ersten Kollision der DM-Solitonen. Je größer der Eingangsabstand, desto später kollidieren die DM-Solitonen zum ersten Mal. Diese Kollisionsstrecke ist abhängig vom Überlapp der Impulse am Startpunkt und damit von der Form der Impulsflanken. Daraus ergibt sich dieser typische gekrümmte Ast in dieser Darstellung. Hinter diesem Ast ist in Abb. 37(b) ein periodisches Muster zu erkennen. Ursache dafür sind zwei Aspekte. Zum einen kollidieren DM-Solitonen nicht elastisch, sie verlieren Energie in disperseive Wellen während einer Kollision und dieser Verlust ist umso höher je größer die Modulationsstärke  $S$  ist. Zum Anderen ist bei einem Wert von  $S = 3,3$  das disperseive 'Atmen' der DM-Solitonen bereits so stark, dass es einen Unterschied macht, wo genau innerhalb einer Dispersionsperiode die Solitonen kollidieren. Daraus folgt, dass diese 'Schlieren' an den Kreuzungspunkten des Kollisionsastes mit dem Raster der Dispersionsperiode  $L_{map}$  entstehen. Obwohl in der störungstheoretischen Behandlung keine Kollisionsverluste betrachtet werden, tritt ein ähnliches Muster auch in Abb. 37(a) auf. Ursache ist hier die diskrete (in Dispersionsperioden) Berechnung der Solitonenbewegung. Dies führt zu einem vergleichbaren Effekt bei großen Startabständen.



Die strich-punktierte vertikale Linie bei  $Z = 10 L_{\text{map}}$  markiert die Länge der DM-Faser, die im Experiment verwendet wird.

## 5.2 EXPERIMENTELLER NACHWEIS

Die Existenz von Solitonenmolekülen wurde im Experiment zuerst in [133] nachgewiesen. Die dort verwendete DM-Faser bestand jedoch nur aus 3 Dispersionsperioden. Für charakteristische Wechselwirkungsmuster von DM-Solitonen wie Kollisionen war diese Strecke zu kurz. In [60] und [V1] wurde diese Strecke künstlich durch Rückreflektion der Impulse am Faserende verdoppelt und die Solitonenmoleküle wurden in [63] und [V1] erstmals phasensensitiv gemessen. Die Ausbreitungsstrecke von 6 Dispersionsperioden in diesem Experiment reichte jedoch auch nur bis zum Ast der ersten Solitonen-Kollision (vgl. qualitativ Abb. 37). Im Rahmen eines neuen Experiments wurde daher in [59] eine DM-Faser mit 10 Dispersionsperioden konzipiert, die während der Diplomarbeit von Christoph Mahnke [86] aufgebaut wurde.

Für die phasensensitive Messung in [V1] kam das zu diesem Zeitpunkt entwickelte VAMPIRE-Verfahren [124, 125] zum ersten Mal zum Einsatz. Erforderlich für dieses Messprinzip ist ein asymmetrischer Referenzimpuls, mit dem die zu messenden Solitonenmoleküle kreuzkorreliert werden. Für die Messung von Solitonenmolekülen mit VAMPIRE in der neuen DM-Faser musste ein neues Verfahren zur Erzeugung eines geeigneten Referenzimpulses entwickelt werden, welches in [118] realisiert wurde.

### 5.2.1 Aufbau

In Abb. 38 ist schematisch der komplette Aufbau des Experiments dargestellt. Das Lasersystem wurde bereits in Abschnitt 4.4.1 beschrieben. Dieses liefert Gauß-Impulse mit Impulsdauern von ca. 250 fs. Zum Zeitpunkt der Durchführung der ersten Experimente war der ebenfalls in Abschnitt 4.4.1 beschriebene Lichtmodulator (SLM) noch nicht vorhanden. Für die Untersuchung von DM-Solitonen ist auf Grund ihrer Gauß-Form jedoch keine wesentliche Impulsformung notwendig. Mittels einer  $\lambda/2$ -Wellenplatte und einem Polarisationsstrahlteiler (PST) kann die Eingangsenergie variiert werden. Ein Ausgang des Strahlteilers wird zur Erzeugung des VAMPIRE-Referenzimpulses genutzt. Der andere Ausgang wird zur Erzeugung von Doppelimpulsen genutzt. Diese werden entweder klassisch mit einem Interferometer oder mit dem Impulsformer erzeugt. Die Doppelimpulse mit dem Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  und der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  durchlaufen dann die 10 Dispersionsperioden der DM-Faser. Die Parameter der DM-Faser sind in Tabelle 7 (PS<sub>1</sub>-PS<sub>3</sub>) zu finden. Zusätzlich sind in Abb. 38 noch die Verluste durch die Faserdämpfung  $\alpha$  und die Spleißdämpfung  $\alpha_{\text{sp}}$  angegeben. Am Ausgang werden dann die Solitonenmoleküle gemessen.

Für die Messung stehen mehrere Methoden zur Auswahl. Mit einem OSA (nicht abgebildet) können die spektralen Intensitäten von Solitonenmolekül und VAMPIRE-Referenzimpuls gemessen werden. Die einfachste nichtinterferometrische Korrelationsmessmethode ist der SHG-FROG [142, 141, 72] (Variante 2 in Abb. 38). Das Ausgangssignal der DM-Faser wird in zwei gleiche

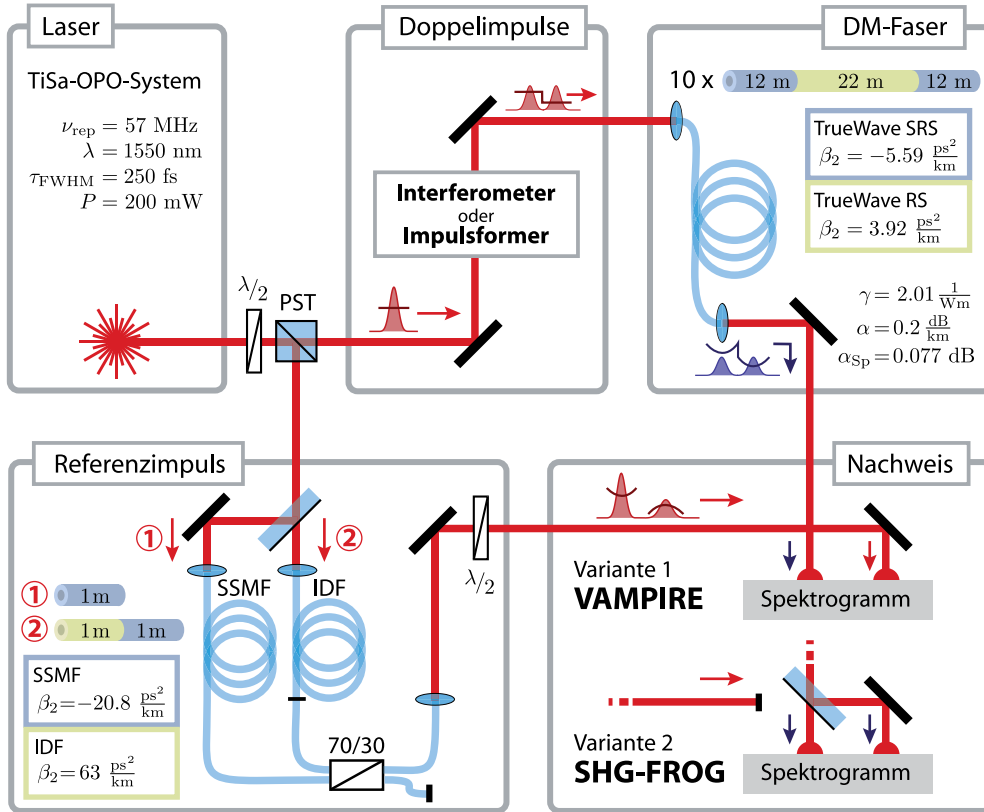


Abbildung 38.: Schematischer Aufbau zum experimentellen Nachweis der Wechselwirkung von DM-Solitonen. Die Energie der Laserimpulse wird durch eine  $\lambda/2$ -Platte und einen Polarisationsstrahlteiler (PST) eingestellt. Das Interferometer bzw. der Impulsformer (siehe Abb. 30) erzeugt Doppelimpulse mit dem Abstand  $T_{\sigma,0}$  und der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ , die dann in die DM-Faser eingekoppelt werden. Der zweite Ausgang des PST wird zur Erzeugung des VAMPIRE-Referenzimpulses genutzt. Am Ausgang des Faser-Interferometers entsteht eine Doppelimpulsstruktur mit unterschiedlichen Einzelimpulsparametern. Mögliche Messmethoden sind: VAMPIRE (Variante 1) - spektral aufgelöste Kreuzkorrelation von Solitonenmolekül und Referenz; SHG-FROG (Variante 2) - spektral aufgelöste Autokorrelation des Solitonenmoleküls.

Signalanteile aufgespalten und das entsprechende SHG-FROG-Spektrogramm  $I_{\text{SHG}}(\Omega_{\text{SHG}}, \tau_{\text{IAC}})$  kann gemessen werden. Der Aufbau zur Aufnahme eines Spektrogramms ist ausführlich in [63] und [V1] beschrieben. Vorteile dieser Variante sind der einfach zu handhabende Aufbau und die 'klare' Struktur der SHG-FROG-Spektrogramme. Diese sind sehr intuitiv, wenn es um die Abschätzung von Impulsabständen oder den Chirp der Impulse geht. Weiterhin lässt sich durch Aufsummieren von  $I_{\text{SHG}}$  über  $\Omega_{\text{SHG}}$  sofort die Intensitätsautokorrelation (IAC<sup>1</sup>)  $I_{\text{IAC}}(\tau_{\text{IAC}})$  erzeugen, die von Vorteil ist, wenn nur der Impulsabstand als Messgröße interessiert. Großer Nachteil des SHG-FROGs sind diverse Vieldeutigkeiten [142, 126, 75, 124], wenn die komplexen Felder rekonstruiert werden sollen. Gerade bei Phasensprüngen und separierten spektralen Anteilen ist die

<sup>1</sup> engl.: intensity autocorrelation

Rekonstruktion oftmals nicht eindeutig [V1]. Aus diesem Grund wird auf die Rekonstruktion der Felder aus den SHG-FROG-Spektrogrammen verzichtet und statt dessen das (etwas aufwendigere) VAMPIRE-Verfahren (Variante 1) genutzt.

Das VAMPIRE-Verfahren benötigt einen zusätzlichen Referenzimpuls. Der Anteil der Laserleistung, der nicht zur Erzeugung der Solitonenmoleküle genutzt wird, wird zur Konstruktion des Referenzimpulses benutzt. Im Gegensatz zu anderen nicht selbstreferenzierten Messmethoden, wie z.B. X-FROG oder spektraler Interferometrie, hat VAMPIRE den großen Vorteil, dass der Referenzimpuls nicht vollständig in Amplitude und Phase charakterisiert sein muss. Der Impuls muss nur gewisse Asymmetriebedingungen erfüllen. Ausführliche Informationen finden sich dazu in [125]. Im Wesentlichen hat ein idealer VAMPIRE-Referenzimpuls eine Doppelimpulsstruktur, wobei sich die individuellen Impulse in Spitzenleistung, Dauer und Chirp unterscheiden müssen. Diese Vorgabe wird hier durch ein Faser-basiertes Mach-Zehnder-Interferometer [V5] umgesetzt. Dazu wird der einzelne Eingangsimpuls (entspricht dem nahezu ungechirpten Laserimpuls) in zwei Anteile aufgespalten. Diese werden in die Eingänge des Faser-Interferometers eingekoppelt. Anteil (1) durchläuft 1 m anomal dispersive SSMF (nur Faserkoppler). Anteil (2) durchläuft zunächst 1 m normal dispersive IDF<sup>2</sup>. Dieses Faserstück ist an den anderen Eingang des Faserkopplers angespleißt. Im Anschluss propagiert Anteil (2) noch durch 1 m SSMF des Faserkopplers. Durch das 70/30-Verhältnis des Faserkopplers erhalten die individuellen Impulse eine unterschiedliche Spitzenleistung. Weiterhin ist die Verwendung eines Faserkopplers notwendig, um eine optimale Strahlqualität und genauen Überlapp der Einzelimpulse am Ausgang zu erhalten. Am Ausgang des Faserkopplers steht damit ein Doppelimpuls mit unterschiedlichen individuellen Werten des Chirps, der Impulsdauer und der Spitzenleistung als VAMPIRE-Referenzimpuls zur Verfügung. Der Abstand der Einzelimpulse kann über die Position der Einkoppelstationen variiert werden. Um mit VAMPIRE zu messen, wird dann ein Eingangssignal des SHG-FROG durch den VAMPIRE-Referenzimpuls ersetzt und das Spektrogramm aus der spektral aufgelösten Kreuzkorrelation von Solitonenmolekül und Referenz gemessen. Molekül und Referenz entstammen dabei nicht demselben Ausgangslaserimpuls, da sich ein Laufzeitausgleich der 460 m langen DM-Faser als uneffektiv erwies.

Mit dem VAMPIRE-Algorithmus [124, 125, 26] können dann die spektralen Phasen von Solitonenmolekül und Referenzimpuls bestimmt werden. Das zeitliche komplexe Feld ergibt sich dann über eine Fouriertransformation aus den rekonstruierten spektralen Phasen und den gemessenen spektralen Feldbeträgen.

### 5.2.2 Messung der Wechselwirkung und Vergleich mit Theorie

Die Messung der Wechselwirkung von DM-Solitonen beschränkt sich auf die Bestimmung des Impulsabstands am Ausgang der DM-Faser. Eine *cut-back* Messung wäre zu aufwendig, da dazu die Faser stückweise zurückgeschnitten werden müsste. Die einfachste Variante ist die Messung der Intensitätsautokorrelation (IAC) bei Variation des Eingangsabstandes  $T_{\sigma,0}$ . Die IAC wird durch

<sup>2</sup> engl.: invers dispersive fiber

Aufsummieren des SHG-FROG-Spektrogramms über  $\Omega_{\text{SHG}}$  gewonnen. Diese ist definitionsgemäß symmetrisch entlang der Verzögerungsachse  $\tau_{\text{IAC}}$  und entspricht bei Charakterisierung von Doppelimpulsen einem typischen Dreizackmuster mit dem maximalen Hauptsignal  $I_{\text{IAC}}(\tau_{\text{IAC}} = 0) = I_{\text{IAC,max}}$  bei der zeitlichen Verschiebung  $\tau_{\text{IAC}} = 0$  der Korrelationspartner. Die Nebensignale haben eine maximale Intensität von  $I_{\text{IAC}}(\tau_{\text{IAC}} = \pm T_\sigma) = I_{\text{IAC,max}}/2$ , die nur bei einem Spitzenleistungsverhältnis  $r = 1$  des Doppelimpulses erreicht wird. Bei  $r \neq 1$  sinkt die Intensität der Nebensignale, deren Position  $\tau_{\text{IAC}}$  dem Abstand  $T_\sigma$  des Doppelimpulses entspricht.

In Abb. 37 wurde die Darstellung der globalen Wechselwirkung eingeführt. Abb. 39(a) zeigt, wie daraus die Position der IAC-Maxima bestimmt werden kann. Die DM-Faser besteht aus 10 Dispersionsperioden. Das mittlere Teilbild zeigt den lokalen Abstand  $T_{\sigma,10}$  bei  $z = 10 L_{\text{map}}$ . Die Position der IAC-Maxima ergibt sich dann aus der Spiegelung an  $\tau = 0$  und zeigt ein typisches 'Kelchmuster'. Die signifikanten Punkte der ersten Kollision und des Gleichgewichtsabstandes sind eingezeichnet.

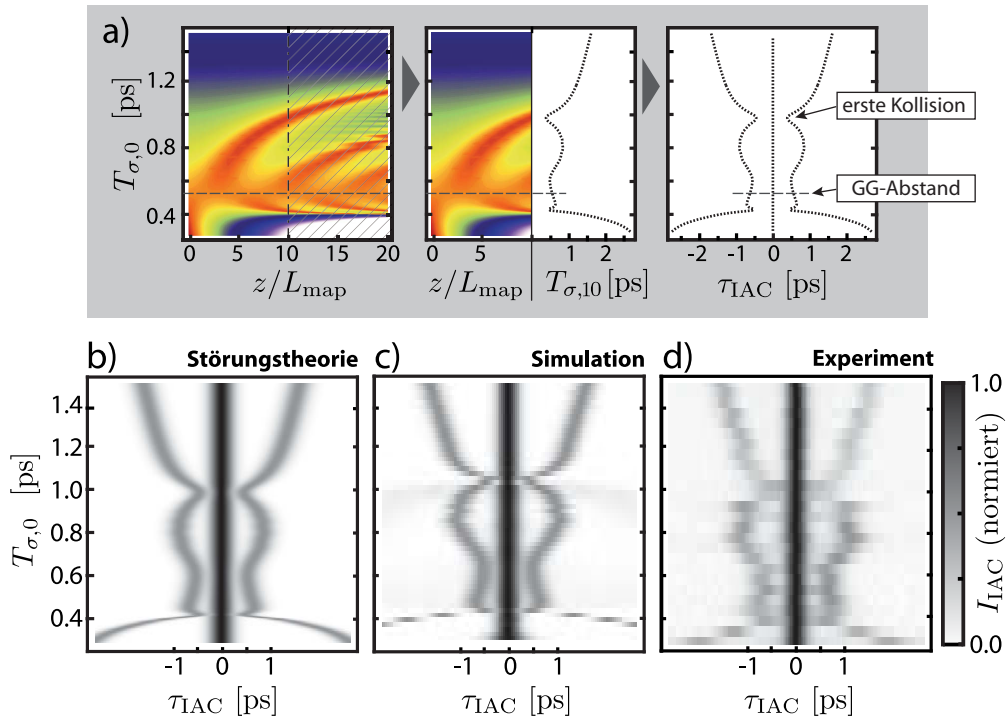


Abbildung 39.: Teilabb.(a): Konstruktion der Position der IAC-Maxima aus der Darstellung der globalen Wechselwirkung der DM-Solitonen. Teilabb.(b): konstruierte IAC-Spuren  $I_{\text{IAC}}(\tau_{\text{IAC}})$  aus der mit (5.13) berechneten Position der DM-Solitonen nach 10 Dispersionsperioden. Teilabb.(c): berechnete IAC-Spuren aus numerisch simulierten Impulsen. Teilabb.(d): gemessene IAC-Spuren aus dem Experiment durchgeführt von Dipl.-Phys. Christoph Mahnke. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>1</sub>).

Abb. 39(b)-(d) zeigt die Ergebnisse aus der Störungstheorie, der numerischen Simulation und dem Experiment. Die wesentlichen Strukturen stimmen sehr gut überein. Bei Eingangsabständen größer als  $T_{\sigma,0} \approx 1,2$  ps ist keine Wechselwirkung mehr zu verzeichnen bzw. die Interaktion der DM-Solitonen ist auf dieser

Strecke zu klein, um detektiert werden zu können. Bei  $T_{\sigma,0} \approx 1,0$  ps befinden sich die DM-Solitonen nach 10 Dispersionsperioden in der ersten Kollision. Das Molekülgleichgewicht ist bei einem Eingangsabstand von  $T_{\sigma,0} \approx 2 \tau_{\text{FWHM}} \approx 0,5$  ps zu finden und bei  $T_{\sigma,0} < 0,4$  ps stoßen sich die DM-Solitonen ab.

Die gemessene Wechselwirkung der DM-Solitonen entspricht qualitativ den Vorhersagen aus der Störungstheorie. Die Höhe der Nebenmaxima der gemessenen IAC-Spuren ist geringer als in der Simulation bzw. Theorie. Dies ist auf ungleiche Impulsmaxima der einzelnen DM-Solitonen zurückzuführen. Diese entstehen durch Dispersion höherer Ordnung, die eine asymmetrische Ausbreitung der Impulse bewirkt. Weiterhin wirkt natürlich auch hier der Raman-Effekt, der einen linearen Frequenzshift der DM-Solitonen erzeugt. Beide Effekte führen zu einer Änderung der relativen Phase und damit zu einer moderaten Änderung des Spitzenleistungsverhältnisses  $r$ . Ein DM-Soliton benötigt weitaus weniger Energie als ein, bezogen auf die Impulsdauer, vergleichbares fundamentales NLSE-Soliton, das im anomal dispersiven Fasersegment existieren könnte. Auf Grund dieser Tatsache und der dispersiven Verbreiterung der Impulse in den Segmenten mit der einhergehenden geringeren Spitzenleistung ist die Stärke des Raman-Effekts in diesem DM-System geringer als im Experiment zu Raman-verschobenen Solitonenpaaren (Kapitel 4). Trotz vergleichbarer Faserlängen und Impulsdauern kann hier der Raman-Effekt in der theoretischen Betrachtung vernachlässigt werden. Wie der Vergleich mit den experimentellen Daten zeigt, basieren die wesentlichen Merkmale der Wechselwirkung von DM-Solitonen auf den dominanten Effekten der SPM und GVD.

### 5.2.3 systematische Autokorrelationsmessungen

Um die globale Wechselwirkung der DM-Solitonen im Experiment zu bestimmen (wie in Abb. 37 dargestellt), müsste eine sogenannte *cut-back*-Messung durchgeführt werden. Dabei würde man nach jeder Messung des Ausgangsabstandes eine Dispersionsperiode abschneiden, bis die gesamte Faser zerstört ist, so dass nur eine einmalige Messung möglich ist. Eleganter ist es, die Energie des DM-Solitonenpaars  $E_{\text{pair}}$  zu variieren. Im Experiment kann mit dem Impulsformer die Impulsdauer der einzelnen DM-Solitonen an die gewünschte Energie angepasst werden. Bei kleinen Energien ist die Impulsdauer größer und umgekehrt. In Abb. 40(a) ist die Messung des Ausgangsabstandes  $T_{\sigma,10}$  nach 10 Dispersionsperioden abhängig vom Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  und der Impulspaarenergie gezeigt. Die Darstellung basiert auf 1600 einzelnen IAC-Messungen, aus denen der Ausgangsabstand bestimmt wurde. Für die Messung bei  $\lambda_0 = 1540$  nm wurde für jede Eingangsenergie die Impulsform des stationären DM-Solitons numerisch bestimmt und daraus die Impulsdauer  $T_0$  berechnet. Mit dem Impulsformer wurde dann der entsprechende Eingangsimpuls konstruiert, die Impulsdauern lagen im Bereich  $132 \text{ fs} < T_0 < 212 \text{ fs}$ . Die Eingangsenergie  $E_{\text{pair}}$  bezieht sich hier auf die doppelte DM-Solitonenenergie. Für die Superposition zweier gegenphasiger DM-Solitonen im Experiment bedeutet dies, dass die Energie des Eingangsfeldes bei sehr kleinen Abständen durch die destruktive Interferenz kleiner als  $E_{\text{pair}}$  ist. Die gestrichelte Kurve in Abb. 40(a) markiert



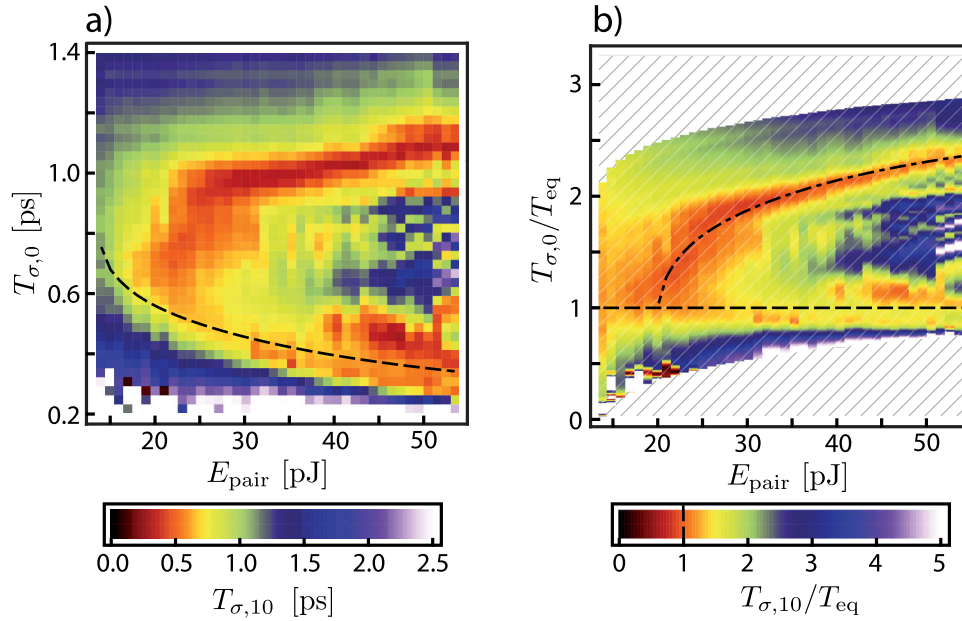


Abbildung 40.: Teilabb.(a): Abstand der DM-Solitonen nach 10 Dispersionsperioden abhängig von der Impulspaarenergie und dem Eingangsabstand bestimmt aus 1600 IAC-Messungen. Die gestrichelte Kurve zeigt den Molekülabstand. Teilabb.(b): Auf den Molekülabstand normierte Darstellung von Teilabb.(a). Es gibt zwei charakteristische Äste: den Molekülast (gestrichelte Linie) und den Ast der ersten Kollision der Solitonen (strich-punktierte Linie).

den Molekülabstand, der für die entsprechenden Energien mit dem in Anhang D beschriebenen Mittelungsverfahren numerisch bestimmt wurde.

In Abb. 40(b) ist die gleiche Messung gezeigt, bei der der Ein- und Ausgangsabstand auf den jeweiligen Molekülabstand (gestrichelte Linie) normiert wurde. Damit ist diese Darstellung qualitativ vergleichbar mit Abb. 37. Zu sehen ist ein Abstandsminimum entlang der gestrichelten Linie, dort findet sich das Solitonenmolekül. Der charakteristische Ast darüber zeigt die erste Kollision der DM-Solitonen (strich-punktierte Kurve), die bei der entsprechenden Energie gerade nach 10 Dispersionsperioden stattfindet.

Bei hohen Eingangsenergien und entsprechend kurzen Impulsdauern ist die Wechselwirkung der DM-Solitonen innerhalb der 10 Dispersionsperioden sehr dynamisch. Die erste Kollision der DM-Solitonen findet relativ früh statt, so dass bereits nach  $z = 10 L_{\text{map}}$  Signaturen für die Ortsabhängigkeit der ersten Kollision innerhalb einer Dispersionsperiode zu beobachten sind. In Abb. 41 ist eine Beispielmessung bei  $E_{\text{pair}} = 51,3 \text{ pJ}$  gezeigt. Dort ist das bereits im Zusammenhang mit Abb. 37(b) beschriebene periodische Muster nach der ersten Kollision zu erkennen (rote Pfeile). Bei kleiner Variation des Eingangsabstands brechen die DM-Solitonen abwechselnd auseinander oder bleiben gebunden.



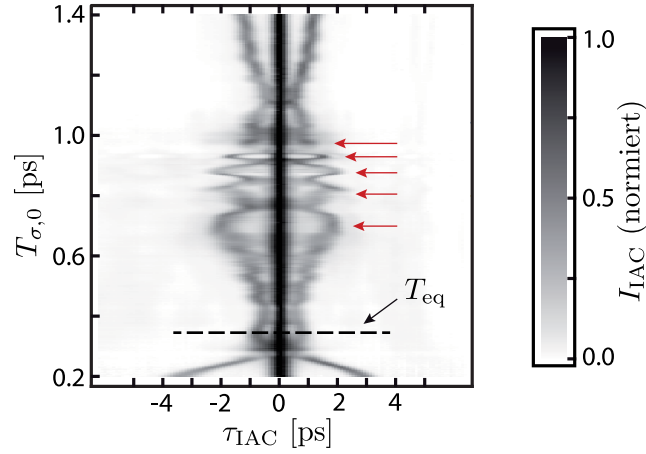


Abbildung 41.: IAC-Messungen am Ausgang der DM-Faser abhängig vom Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  bei  $E_{\text{pair}} = 51,3$  pJ und  $\lambda_0 = 1540$  nm. Die roten Pfeile markieren IAC-Spuren, bei denen die DM-Solitonen nach der ersten Kollision auseinanderbrechen. Die gestrichelte Linie markiert den Molekülabstand.

#### 5.2.4 Phasensensitive Messung mit VAMPIRE

Um detaillierte Informationen über die Wechselwirkung von DM-Solitonen zu erhalten, sind im Experiment Messmethoden erforderlich, die sowohl die Amplitude als auch die Phase der gesuchten Impulse liefern können. Für die phasensensitive Messung der Solitonenmoleküle wird hier das VAMPIRE-Verfahren auf Grund seiner Eindeutigkeit in der Phasenrekonstruktion benutzt.

##### 5.2.4.1 Eindeutigkeit des Verfahrens

In einem ersten Schritt wurde mit dem neuen VAMPIRE-Referenzimpuls die Eindeutigkeit des Verfahrens überprüft. Die größte Hürde bei der Messung ultrakurzer Impulse in Amplitude und Phase ist die Rekonstruktion der relativen Phase von separierten spektralen Anteilen [75, 126][V5]. Die Unbestimmtheit der relativen spektralen Phase bewirkt Vieldeutigkeiten beim rekonstruierten zeitlichen Feld. Bekannte nichtinterferometrische Verfahren, wie z.B. TASC<sup>3</sup> [147] oder alle FROG-Varianten [141], aber auch interferometrische Methoden wie SPIDER<sup>4</sup> [69] oder MEFISTO<sup>5</sup> [14] sind prinzipiell nicht in der Lage, dieses Problem zu lösen. Varianten dieser Verfahren wie X-FROG und X-SPIDER, die einen vollständig charakterisierten Referenzimpuls verwenden, sind ebenfalls nicht für dieses Problem geeignet [V5]. Verschiedene Ansätze wurden gerade in letzter Zeit u.a. mit SPIDER unternommen, um eine erfolgreiche eindeutige Rekonstruktion der spektralen Phase durchzuführen [23]. Diese basieren jedoch auf Mehrfachmessungen und das Vorhandensein von mehr als zwei separierten spektralen Anteilen führt zu weiteren Problemen.

<sup>3</sup> engl.: Temporal Analysis of Spectral Components

<sup>4</sup> engl.: Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-Field Reconstruction

<sup>5</sup> engl.: Measurement of Electric Field by Interferometric Spectral Trace Observation

Das Solitonenmolekül weist eine Reihe zeitlicher und spektraler Nullstellen auf, echte spektrale Lücken könnten durchaus bei starken Mittenfrequenzverschiebungen der Solitonen durch ihre Wechselwirkung auftreten. Um den VAMPIRE bezüglich solcher spektraler Lücken zu überprüfen, wurde ein weiterer Teilaufbau realisiert, der in Abb. 42 gezeigt ist. Dabei wird der Ausgangsimpuls des Lasers mittels eines Gitters spektral aufgeweitet und mit einer Linse fokussiert. In der Fourier-Ebene befindet sich ein Spiegel, so dass das Signal über das gleiche Gitter wieder zusammengesetzt wird. Ein leichter vertikaler Versatz ermöglicht die Trennung von Ein- und Ausgangssignal. Abschließend durchläuft der Impuls noch ein 30 cm langes Stück IDF, um einen eventuellen räumlichen Chirp zu beseitigen. Es ist jedoch nicht erforderlich, den zeitlichen Chirp, der durch den Aufbau entsteht, zu kompensieren. Durch Einbringen einer Maske in der Fourier-Ebene (vor dem Spiegel) kann eine spektrale Lücke mit beliebiger Breite und Position erzeugt werden. Dieser Aufbau ermöglicht den direkten Vergleich der rekonstruierten relativen spektralen Phase mit einer Referenzmessung ohne Maske. In den Teilabbildungen 42(a) und 42(b) sind die

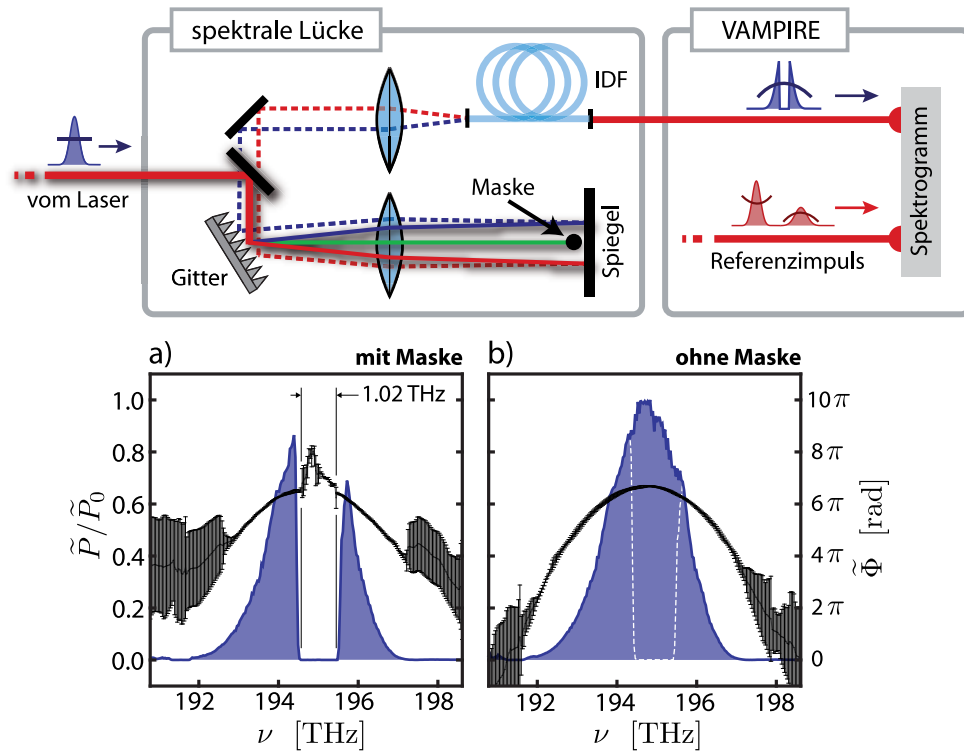


Abbildung 42.: Aufbau und Ergebnisse des Experiments zum Nachweis der Eindeutigkeit des VAMPIRE-Verfahrens. Mittels einer spektralen Maske können spektrale Lücken beliebiger Breite und Position erzeugt werden. Teilabb. (a) und (b) zeigen die gemessenen Spektren und die rekonstruierten spektralen Phasen (a) mit positionierter Maske und (b) ohne Maske.

gemessenen spektralen Leistungsprofile  $\tilde{P}(\nu)$  und die rekonstruierten spektralen Phasen  $\tilde{\Phi}(\nu)$  dargestellt. Dabei wurden jeweils fünf Einzelmessungen vorgenommen und der Fehler der Phasenrekonstruktion bestimmt. In Teilabb. 42(a) ist zu sehen, dass die Maske eine spektrale Lücke mit einer Breite von 1,02 THz erzeugt. In diesem Bereich ist die spektrale Phase unbestimmt. Die Phase der

übrigen spektralen Anteile entspricht exakt der Phase des unmanipulierten Spektrums in Teilabb. 42(b), womit der Nachweis der Eindeutigkeit erbracht ist. Weitere Details zu diesem Experiment finden sich in [V5].

#### 5.2.4.2 Ergebnisse des Experiments und Vergleich mit Simulationen

Im Abschnitt 5.2.2 wurde beschrieben, wie die Wechselwirkung der DM-Solitonen mittels Intensitätsautokorrelation bestimmt wird. Aus den dort vorgestellten experimentellen Ergebnissen geht hervor, dass sich das Spitzenleistungsverhältnis  $r$  während der Ausbreitung in der DM-Faser auf Grund von Störungen verändert hat. Im Folgenden sollen zwei charakteristische Messungen analysiert werden, um die Ursache dafür aufzuzeigen.

Das erste Beispiel ist eine Messung, bei der gegenphasige Gauß-Impulse mit einem Eingangsabstand von  $T_{\sigma,0} = 890$  fs in die DM-Faser eingekoppelt wurden. Nach einer Ausbreitungsstrecke von  $10 L_{\text{map}}$  haben diese DM-Solitonen gerade

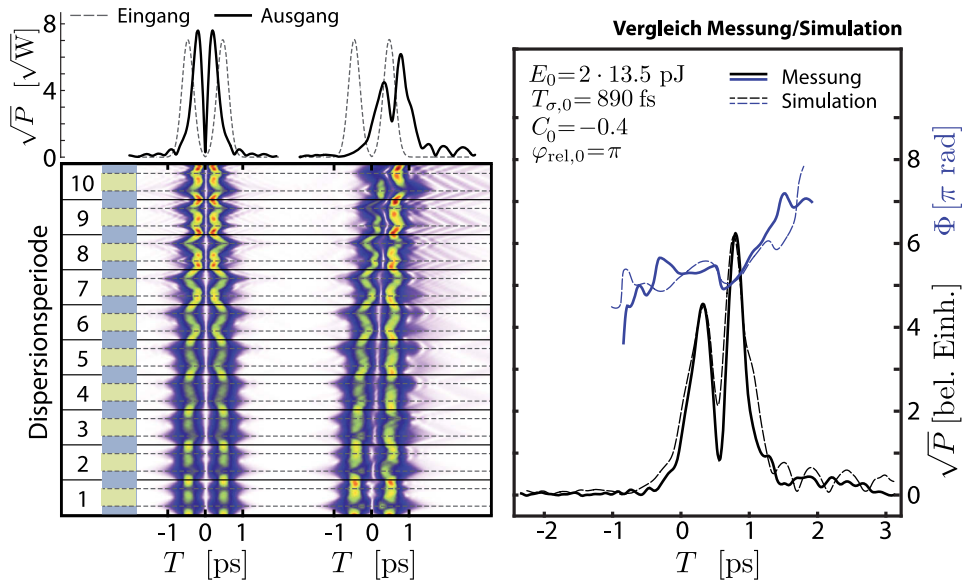


Abbildung 43.: Linke Teilabbildung: Simulationen der Ausbreitung einer Superposition zweier gegenphasiger Gauß-Impulse mit einem Eingangsabstand von  $T_{\sigma,0} = 890$  fs unter Einfluss von GVD und SPM. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>2</sub>). Rechts daneben: Simulation mit allen Störtermen, die im Experiment relevant sind. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>3</sub>). Oben links sind die Feldbeträge vom jeweiligen Ein- und Ausgangssignal dargestellt. Die rechte Teilabbildung zeigt das mit VAMPIRE rekonstruierte zeitliche Feld des DM-Solitonenpaares (durchgezogene Linien) und die korrespondierende numerische Simulation (gestrichelte Linien). Nach 10 Dispersionsperioden befinden sich die DM-Solitonen gerade im Kollisionsprozess.

ihre erste Kollision vollzogen. Die VAMPIRE-Messung und die korrespondierenden Simulationen sind in Abb. 43 zu sehen. In dieser Abbildung sind zwei nicht stroboskopische Simulationen der Entwicklung des zeitlichen Feldbetrages dargestellt. Die linke Simulation basiert auf der DM-NLSE (2.53), in der nur GVD und SPM enthalten sind, und startet mit zwei ungechirpten Gauß-Impulsen.

Die Ausbreitung ist demzufolge symmetrisch in  $T$ , der Kollisionspunkt findet sich bei  $z = 9 L_{\text{map}}$ . Oben links sind die Eingangs- und Ausgangsfeldbeträge dargestellt.

Die rechte Simulation wurde mit einer generalisierten Variante von (2.53) berechnet, die hier auch als GDM-NLSE bezeichnet wird. Um die experimentelle Situation besser abbilden zu können, wurden in dieser Simulation die Dispersion bis zur vierten Ordnung, der Raman-Effekt in der vereinfachten Form und die individuellen 20 Spleißverluste der Faserübergänge (entnommen aus [86]) berücksichtigt. Mit einem Startchirp  $C_0 = -0,4$  [63] der Gauß-Impulse und den genannten Störtermen ergibt sich dann eine Übereinstimmung mit der VAMPIRE-Messung, die in der rechten Teilabbildung zusammen mit dem simulierten komplexen Ausgangsfeld zu sehen ist. Sowohl Messung als auch numerische Simulation zeigen eine ausgeprägte Asymmetrie des DM-Solitonenpaares mit einem Spitzenleistungsverhältnis von  $r \approx 0,53$ . Diese wird sowohl durch die Dispersion dritter Ordnung (TOD) als auch durch die Raman-Selbstfrequenzverschiebung (RSFS) hervorgerufen. Alle anderen betrachteten Einflüsse ändern nichts an der Symmetrie der Ausbreitung. Weiterhin unterstützt die TOD in diesem Fall die allein durch die RSFS verursachte Asymmetrie. Bei Vorzeichenwechsel von  $\beta_3$  könnte hier die Wirkung des Raman-Effekts teilweise aufgehoben werden. Die RSFS verursacht eine anfängliche Verstärkung des zeitlich nachfolgenden DM-Solitons. Dies ist im Gegensatz zu den Typ-I-Solitonenpaaren der GNLSE (siehe Kapitel 4), bei denen zunächst das zeitlich führende Soliton verstärkt wird.

In Abb. 44 sind eine VAMPIRE-Messung und die entsprechenden numerischen Simulationen des fundamentalen Solitonenmoleküls im Gleichgewicht dargestellt. Die Simulation, basierend auf der DM-NLSE (linke Simulation), zeigt eine nahezu ungestörte periodische Ausbreitung des Solitonenmoleküls bei einem Eingangsabstand von  $T_{\sigma,0} = 470$  fs. Ein- und Ausgangssignal zeigen nur geringfügige Abweichungen, der Abstand ändert sich nicht. Die zweite Simulation der Ausbreitung (rechts) zeigt wieder die Situation im Experiment. Während zunächst das zeitlich nachfolgende DM-Soliton verstärkt wird, folgt danach eine ausgeprägte Oszillation des Spitzenleistungsverhältnisses  $r$  innerhalb der Dispersionsperioden. An den chirpfreien Punkten (CFP) ist  $r \approx 1$ . Daher zeigt die Messung des Solitonenmoleküls ein näherungsweise symmetrisches Leistungsprofil am Ausgang.

### 5.2.5 Einfluss des Raman-Effekts im Experiment

Das vorhandene Experiment zum Nachweis von DM-Solitonenmolekülen stellt eine skalierte Version von realen Datenübertragungsstrecken dar. In kommerziellen Systemen werden Impulse mit Dauern im Bereich von mehreren Pikosekunden verwendet. Deren spektrale Breite ist so gering, dass Effekte wie Dispersion höherer Ordnung und die Raman-Selbstfrequenzverschiebung keine Rolle spielen. Die Wirkung der vorhandenen Störeffekte im Experiment lässt sich demzufolge auch als ein 'worst case'-Szenario betrachten, bei dem das fundamentale Solitonenmolekül noch existiert.

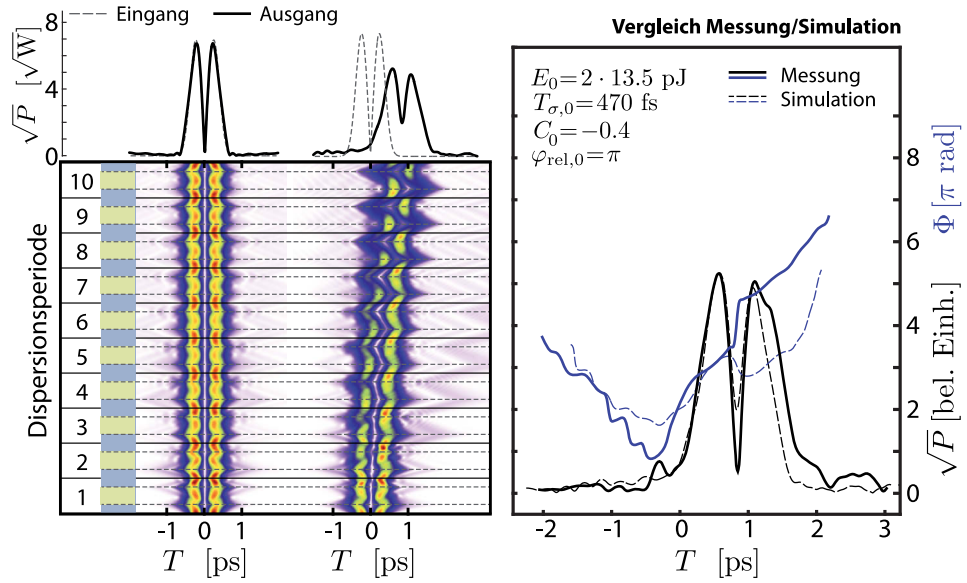


Abbildung 44.: Simulation und Messung des fundamentalen Solitonenmoleküls. Die Art der Darstellung ist identisch mit Abb. 43. Das Solitonenmolekül der DM-NLSE (linke Simulation) zeigt eine nahezu periodische Ausbreitung ohne Abstandsänderung. Die Störungen im Experiment bewirken eine zeitliche Verschiebung des Moleküls und eine starke Symmetriebrechung innerhalb der Dispersionsperioden (rechte Simulation). Die VAMPIRE-Messung zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem simulierten Ausgangsfeld, das mit der GDM-NLSE berechnet wurde (rechts).

Der Raman-Effekt hat auf Paare von DM-Solitonen eine andere Wirkung als auf Paare von NLSE-Solitonen. In Kapitel 4 wurde die Wechselwirkung von Raman-verschobenen NLSE-Solitonen ausführlich behandelt. Aus dieser Analyse ergab sich, dass diese instabilen Paare entweder ein veränderliches Spitzenleistungsverhältnis  $r$  mit rotierender relativer Phase während der Ausbreitung besitzen (Typ-I-Solitonenpaar) oder die relative Phase und  $r$  unveränderlich sind (Typ-II-Solitonenpaar).

Numerische Simulationen zeigen, dass der Raman-Effekt ebenfalls ein veränderliches Spitzenleistungsverhältnis der DM-Solitonen hervorruft. Im Gegensatz zu den NLSE-Solitonen führt dies im DM-System jedoch nicht zu einer rotierenden relativen Phase, sondern eher zu einer Stabilisierung der relativen Phase von  $\varphi_{\text{rel}} \approx \pi$ . Der Grund dafür ist das dispersive Atmen der DM-Solitonen in den Fasersegmenten, der auch Ursache für die stabile Bindung des Solitonenmoleküls ist. In Abb. 45 ist die stroboskopische Ausbreitung des Solitonenmoleküls (Feldbetrag) im Spektralbereich (a) und Zeitbereich (b) über 25 Dispersionsperioden dargestellt. Die Simulation enthält nur GVD, SPM und RSFS. Im Zeitbereich ist deutlich der Energieübertrag zwischen den DM-Solitonen zu erkennen. Dies ist qualitativ ähnlich zum Typ-I-Solitonenpaar, jedoch variiert die relative Phase nur in einem kleinen Bereich um  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ . Dies ist an der Position der zentralen spektralen Nullstelle zu erkennen. Eine Phasenrotation wie beim Typ-I-Solitonenpaar findet hier nicht statt. In Teilabb.(c) ist die Ausbreitung in der zwölften Dispersionsperiode exemplarisch gezeigt. Der Raman-Effekt bewirkt ein 'Aufschaukeln'



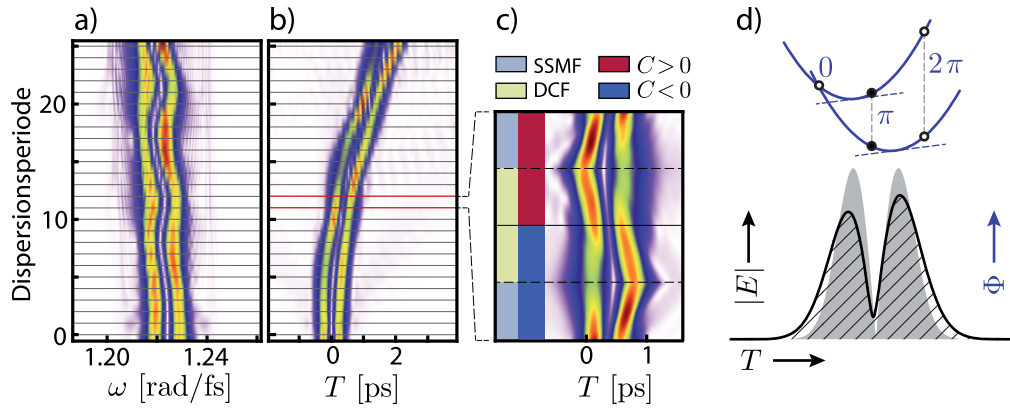


Abbildung 45.: Stroboskopische Ausbreitung des Solitonenmoleküls unter Einfluss des Raman-Effekts (Feldbetrag) im (a) Spektral- und (b) Zeitbereich über 25 Dispersionsperioden. Teilabb.(c): Nichtstroboskopische Ausbreitung in der 12. Dispersionsperiode. In der ersten Hälfte ist das nachfolgende DM-Soliton dominant, in der zweiten Hälfte erfährt das führende DM-Soliton eine Verstärkung. Teilabb.(d): Gechirpte Doppelimpulse weisen Bereiche konstruktiver ( $\Delta\Phi = 0, 2\pi$ ) bzw. destruktiver ( $\Delta\Phi = \pi$ ) Interferenz auf. Der Raman-Effekt verschiebt diese Bereiche und erzeugt eine Asymmetrie des Doppelimpulses.

der DM-Solitonen. Während in der ersten Hälfte (Chirpparameter  $C < 0$ ) der Dispersionsperiode das zeitlich nachfolgende DM-Soliton höherenergetisch ist, dreht sich die Situation in der zweiten Hälfte um (Chirpparameter  $C > 0$ ). Qualitativ kann diese Situation mit der Skizze in Abb. 45(d) erklärt werden. Zu sehen sind dort die individuellen Phasenfunktionen  $\Phi(T)$  der DM-Solitonen (blau, durchgezogen) und die korrespondierende Superposition zweier Gauß-Impulse mit gleichen Impulsparametern (schraffiert). Zum Vergleich ist die Superposition zweier ungechirpter Gauß-Impulse in grau dargestellt. Während die relative Phase von ungechirpten Impulspaaren mit  $r = 1$  für alle  $T$  konstant ist, variiert die relative Phase bei gechirpten Impulspaaren mit  $r = 1$  entlang der Zeitachse. Findet keine Mittenfrequenzverschiebung statt, bleibt die relative Phase am Zeitpunkt  $T = 0$  erhalten. Der Raman-Effekt kippt die zeitlichen Phasen der individuellen DM-Solitonen und verschiebt damit die Bereiche, in denen beide Impulse konstruktiv bzw. destruktiv interferieren. Im Falle  $C < 0$  (gültig für stationäre DM-Solitonen in der ersten Hälfte der Dispersionsperiode, siehe auch Abb. 34(a)) wird dadurch der Bereich destruktiver Interferenz zum zeitlich führenden DM-Soliton verschoben und dieses dadurch unterdrückt. In der zweiten Hälfte dreht sich die Situation um, da nun der individuelle Chirp das Vorzeichen wechselt (hier nicht dargestellt).

Zu Beginn der Ausbreitung wird dadurch zunächst im Mittel das zeitlich nachfolgende DM-Soliton verstärkt und das führende unterdrückt. Dies führt zu einer Abweichung von der stationären Impulsform der individuellen DM-Solitonen. Diese Abweichung bewirkt in der weiteren Ausbreitung langperiodische Oszillationen [78, 113, 139] [V4] der DM-Solitonen, die hier gegenläufig anschwingen. Langperiodische Oszillationen und ihre Auswirkung auf die Wechselwirkung von DM-NLSE-Solitonen werden im Abschnitt 5.3 behandelt.



Solitonenmoleküle in DM-Fasern können für eine begrenzte Ausbreitungstrecke ihre Bindung unter Einfluss des Raman-Effekts aufrechterhalten. Danach brechen die Impulspaare durch die zunehmende Asymmetrie auseinander.

### 5.3 LANGSAME OZILLATIONEN UND SELBSTÄHNLICHE WECHSELWIRKUNG

In realen Datenübertragungstrecken werden Impulse mit Dauern im Bereich mehrerer Pikosekunden verwendet. Störungen auf Grund von Dispersion höherer Ordnung und der Raman-Selbstfrequenzverschiebung, wie sie hier im Experiment auftreten, treten in diesen Systemen in den Hintergrund und die Impulsausbreitung wird im Wesentlichen durch die DM-NLSE (2.53) beschrieben. Im folgenden Abschnitt wird beschrieben, wie sich Abweichungen von der stationären Impulsform auf die Ausbreitung der DM-Solitonen in Form von langperiodischen Oszillationen auswirken. Diese Oszillationen können die Wechselwirkung von DM-Solitonen derart beeinflussen, dass die Ausbreitung von DM-Solitonenpaaren fraktale Strukturen annimmt. Diese Strukturen treten jedoch erst nach deutlich mehr als 10 Dispersionsperioden auf und sind daher im vorhandenen Experiment nicht nachweisbar.

#### 5.3.1 Langsame Oszillationen von DM-Solitonen

Stationäre Impulsformen von DM-Solitonen können bislang nur numerisch iterativ bestimmt werden. Die Generierung solcher zumeist recht komplexen Impulse stellt in realen Systemen eine Herausforderung dar und wegen der Ähnlichkeit der DM-Solitonen mit Gauß-Impulsen werden zumeist auch solche als Startimpulse verwendet. Dies bedeutet jedoch, dass keine exakte Wiederherstellung der Impulsform nach jeder Dispersionperiode erfolgt. Die Impulsparameter zeigen dabei zyklische Veränderungen, deren Periode sich über viele Dispersionsperioden erstreckt. Diese Art der Störung wird als langsame oder auch langperiodische Oszillation der DM-Solitonen bezeichnet [V4]. In der Literatur wird dieses Feature auch als Anregung interner Moden der DM-Solitonen verstanden [78, 113, 138, 33, 139]. Abhängig von der Energie der DM-Solitonen schwingen diese auf ganz bestimmten Ortsfrequenzen an. Ausführlich wurde dieses Verhalten numerisch mittels *soliton radiation beat analysis* [29] in [V4] untersucht und experimentell in [59] bestätigt.

In Abb. 46(a) ist beispielhaft das logarithmische Leistungsprofil und die Phase eines stationären DM-Solitons (grün) und der approximierten Gauß-Form (orange) mit gleicher Energie und Impulsdauer gezeigt. Die Entwicklung der Impulsdauern  $T_0(z)$  und der Chirpparameter  $C(z)$  dieser beiden Startimpulse nach einer Einschwingstrecke von  $80 L_{\text{map}}$  ist in Abb. 46(b) zu sehen. Während die Parameterentwicklung des stationären DM-Solitons stroboskopisch unverändert bleibt, ergibt sich für den Gauß-Impuls mit den hier benutzten Faserparametern eine langsame Oszillationsperiode von  $z_{\text{slow}} = 10 L_{\text{map}}$  bzw. eine Ortsfrequenz  $Z$  von  $Z = 0,1 L_{\text{map}}^{-1}$ . Erst nach 10 Dispersionsperioden ist die Ausgangsimpulsform annähernd wiederhergestellt. Die Impulsparameter rotieren dabei in der  $T_0 - C$ -Ebene um die Werte des stationären DM-Solitons. Diese Eigenschaft macht sich der Nijhof-Algorithmus [106] zunutze, indem die

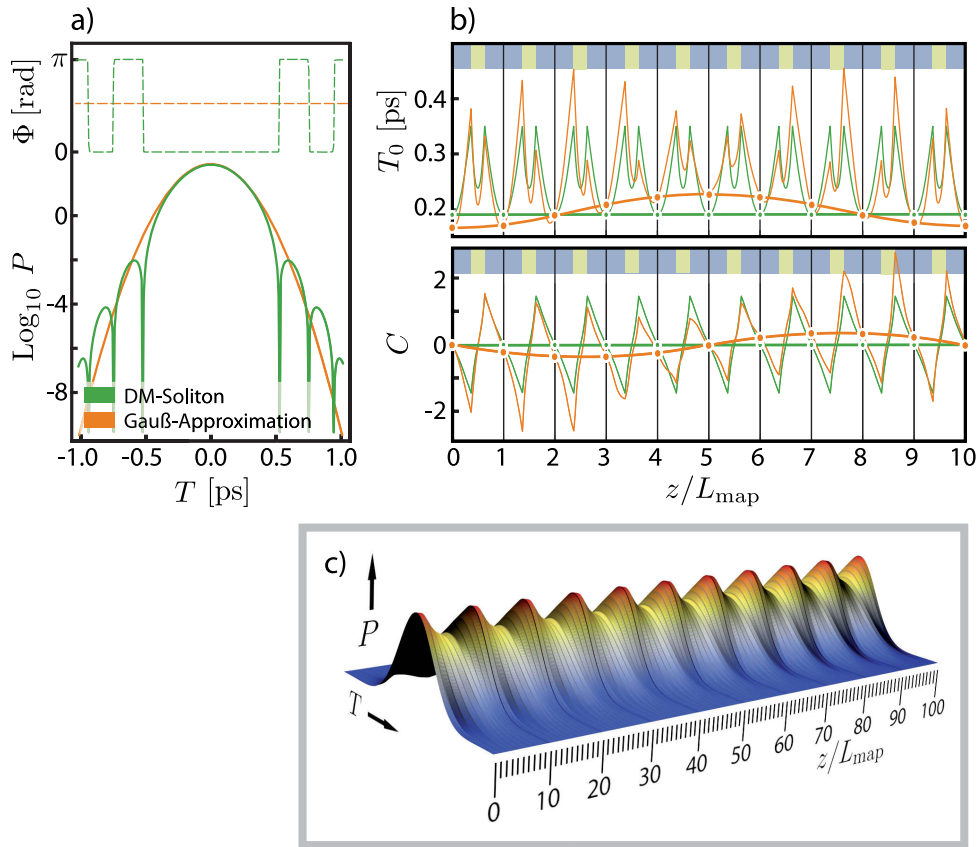


Abbildung 46.: Teilabb.(a): stationäre Impulsform und Phase des DM-Solitons am CFP des anomal dispersiven Fasersegments (grün) und die entsprechende Gauß-Approximation mit gleicher Energie und Impulsdauer in logarithmischer Darstellung. Teilabb.(b): Entwicklung der Impulsdauer  $T_0(z)$  und des Chirpparameters  $C(z)$  dieser beiden Startimpulse über 10 Dispersionsperioden. Teilabb.(c): Ausbreitung des Impulses über 100 Dispersionsperioden. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>4</sub>)

Impulsformen gemittelt werden, die den Minima und Maxima eines Impulsparameters entsprechen. Somit kann dieser Algorithmus nur stabile stationäre Impulsformen finden.

Die Anregung solcher langsamer Oszillationen kann zum einen durch eine nicht perfekte Eingangsimpulsform hervorgerufen werden. Zum anderen führen auch Kollisionen stationärer DM-Solitonen zur Anregung dieser internen Moden. Im Gegensatz zu NLSE-Solitonen kollidieren DM-Solitonen nicht elastisch. Ein Teil der Energie geht durch die Abstrahlung dispersiver Wellen verloren. Je größer die Modulationsstärke  $S$  ist, desto stärker werden langsame Oszillationen durch Kollisionen angeregt. DM-Solitonen bei sehr kleinen Modulationsstärken werden nur minimal angeregt. Sie besitzen eine annähernde Sech-Form und verhalten sich ähnlich wie NLSE-Solitonen.

## 5.3.2 Veränderliche effektive Kraft langsam oszillierender DM-Solitonen

Die in Abschnitt 5.1.2 berechnete effektive Kraft  $d\langle\omega\rangle_U/dz$ , die auf das Soliton U des Solitonenmoleküls wirkt, hängt von der Impulsform des DM-Solitons ab und ändert sich für stationäre DM-Solitonen nicht. Diese Wechselwirkung wird natürlich durch das Anschwingen der DM-Solitonen in internen Moden beeinflusst. Wie in Abb. 46(b) zu sehen ist, können die Impulsdauer  $T_0(z)$  und insbesondere der Chirp  $C(z)$ , der für die Anziehung der gegenphasigen Solitonen verantwortlich ist, in einigen Dispersionsperioden der langsamen Oszillation betragsmäßig deutlich höhere Werte annehmen. Dies bedeutet für die effektive Kraft des Moleküls, dass die Anziehung bzw. Abstoßung in den einzelnen Dispersionsperioden variiert. In Abb. 47(a) sind die mit (5.7) und (5.11) berech-

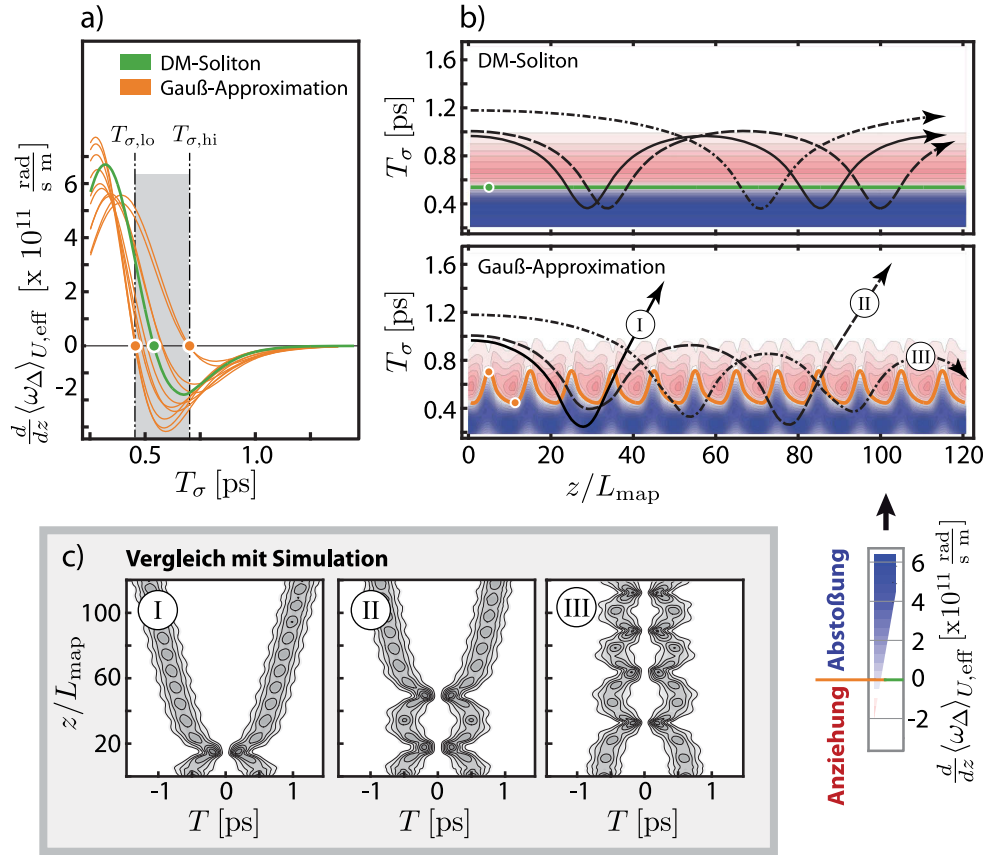


Abbildung 47.: Teilabb.(a): Effektive Kraft  $d\langle\omega_\Delta\rangle_{U,\text{eff}}/dz$  des stationären DM-Solitons (grün) und der entsprechenden Gauß-Approximation (orange) berechnet aus (5.7) und (5.11). Die effektive Kraft der Gauß-Approximation variiert in den einzelnen Dispersionsperioden. Der Gleichgewichtsabstand kann sich in einem Bereich  $T_{\sigma,\text{lo}} \leq T_\sigma \leq T_{\sigma,\text{hi}}$  verschieben. Teilabb.(b): berechnete Entwicklung des Abstandes  $T_\sigma(z)$  für drei verschiedene Eingangsabstände im Bindungspotential der stationären DM-Solitonen (oben) und im veränderlichen Potential der langsam schwingenden DM-Solitonen (unten). Teilabb.(c): numerische Ausbreitung der Solitonpaare korrespondierend zu den Beispielen (I)-(III) in Teilabb.(b). (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>4</sub>)

neten effektiven Kräfte der zehn individuellen Dispersionsperioden (orange) und die effektive Kraft des stationären DM-Solitons (grün) dargestellt. Im Falle langsamer Oszillationen der beteiligten DM-Solitonen erfahren diese ein veränderliches Bindungspotential innerhalb einer langsamen Schwingung. Der grau hinterlegte Bereich in Abb. 47(a) zeigt die möglichen Gleichgewichtsabstände des Moleküls innerhalb einer langsamen Schwingung.

Eine weitere charakteristische Schwingung stationärer DM-Solitonen ist deren Kollisionsperiode. Ähnlich wie beim gleichphasigen NLSE-Breather (siehe Abschnitt 2.4.4) bewegen sich die gegenphasigen DM-Solitonen bei größeren Eingangsabständen als dem Gleichgewichtsabstand aufeinander zu und kollidieren (im Falle ausreichender Modulationsstärke der DM-Faser). Sie erfahren dann eine repulsive Wechselwirkung, entfernen sich voneinander und erfahren dann wiederum eine attraktive Wechselwirkung (vgl. auch Beispiel (III) in Abb. 36(a)). Dieses Verhalten wird auch das 'Bouncing' der DM-Solitonen genannt mit der Bouncing-Periode  $z_{\text{bounce}}$ . Je größer der Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  der DM-Solitonen ist, desto länger ist die Bouncing-Periode. Für drei verschiedene Eingangsabstände  $T_{\sigma,0} > T_{\text{eq}}$  ist die aus (5.13) berechnete Bewegung stationärer DM-Solitonen in der oberen Teilabbildung von Abb. 47(b) gezeigt. Zugleich ist farbig die wirkende effektive Kraft hinterlegt. Blaue Bereiche korrespondieren zu einer repulsiven Wechselwirkung, rote Bereiche stehen für eine Anziehung der DM-Solitonen.

Im System zweier gegenphasiger langsam schwingender DM-Solitonen sind drei wichtige Periodizitäten enthalten. Diese sind die Dispersionsperiode  $L_{\text{map}}$ , die langsame Oszillationsperiode  $z_{\text{slow}}$  und die Bouncing-Periode  $z_{\text{bounce}}$ , wobei in den meisten Fällen gilt  $z_{\text{slow}} \gg L_{\text{map}}$  und  $z_{\text{bounce}} \gg L_{\text{map}}$ . Wechselwirken nun zwei langsam schwingende DM-Solitonen mit  $T_{\sigma,0} > T_{\text{eq}}$  miteinander, ist der Ort der Kollision bzw. der Bouncing-Punkt wichtig für die weitere Ausbreitung der DM-Solitonen. Kollidieren die DM-Solitonen in einem Bereich lokaler starker repulsiver Wechselwirkung, erfahren die DM-Solitonen eine Beschleunigung, die sie aus der Bindung ausbrechen lässt. Kollidieren sie in einem Bereich schwacher Repulsion, bleiben sie bis zur nächsten Kollision gebunden. Weiterhin wird ebenfalls die Bouncing-Periode bis zur nächsten Kollision beeinflusst. In der unteren Teilabbildung von Abb. 47(b) ist die Bewegung der langsam schwingenden DM-Solitonen mit den gleichen Eingangsabständen wie in der oberen Teilabbildung dargestellt. Während das Solitonenpaar (I) mit dem geringsten Abstand  $T_{\sigma,0} = 0,98$  ps bereits bei der ersten Kollision in einen Bereich starker Abstoßung gerät und auseinanderbricht, passiert dies mit dem Solitonenpaar (II) mit  $T_{\sigma,0} = 1,02$  ps erst bei der zweiten Kollision. Beispiel (III) zeigt ein Solitonenpaar mit  $T_{\sigma,0} = 1,19$  ps, das sehr viel länger gebunden bleiben kann, wenn die Bouncing-Periode  $z_{\text{bounce}}$  einem ganzzahligen Vielfachen der langsamen Oszillation  $z_{\text{slow}}$  entspricht. Kleine Variationen des Eingangsabstands haben erheblichen Einfluss auf die Bindung der langsam schwingenden DM-Solitonen. In Abb. 47(c) ist die numerische Simulation der Ausbreitung von Gauß-Impulspaaren im Zeitbereich mit den zu Beispiel (I)-(III) in Abb. 47(b) korrespondierenden Eingangsabständen dargestellt. Die Numerik zeigt im Wesentlichen die vorhergesagten Wechselwirkungsstrukturen der nichtstationären DM-Solitonen.

## 5.3.3 Selbstähnliche Wechselwirkung

Analog zu Abb. 37 ergibt sich ein globales Wechselwirkungsbild, wenn man den Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  variiert und die entsprechende Entwicklung des Abstandes  $T_{\sigma}(z)$  während der Ausbreitung farblich codiert aufträgt. Die Bewegung der DM-Solitonen und der entsprechenden Gauß-Impulse als Näherung des DM-Solitons ist in Abb. 48 zu sehen. Rötlich eingefärbte Graphen entstammen der Berechnung des Abstandes  $T_{\sigma}(z)$  aus der effektiven Kraft. Aus numerischen Simulationen wurden ebenfalls die Abstände der Solitonen während der Ausbreitung bestimmt. Diese sind in den bläulich gefärbten Graphen dargestellt. Abb. 48(a) und (b) zeigt den Fall, wenn der Startimpuls eine Superposition stationärer DM-Solitonen ist. Im Wesentlichen schwingen die DM-Solitonen um den Gleichgewichtsabstand  $T_{eq}$  (gestrichelte weiße Linie). Die Simulationen zeigen im Vergleich zur theoretischen Vorhersage Verzerrungen im Bereich größerer Eingangsabstände.

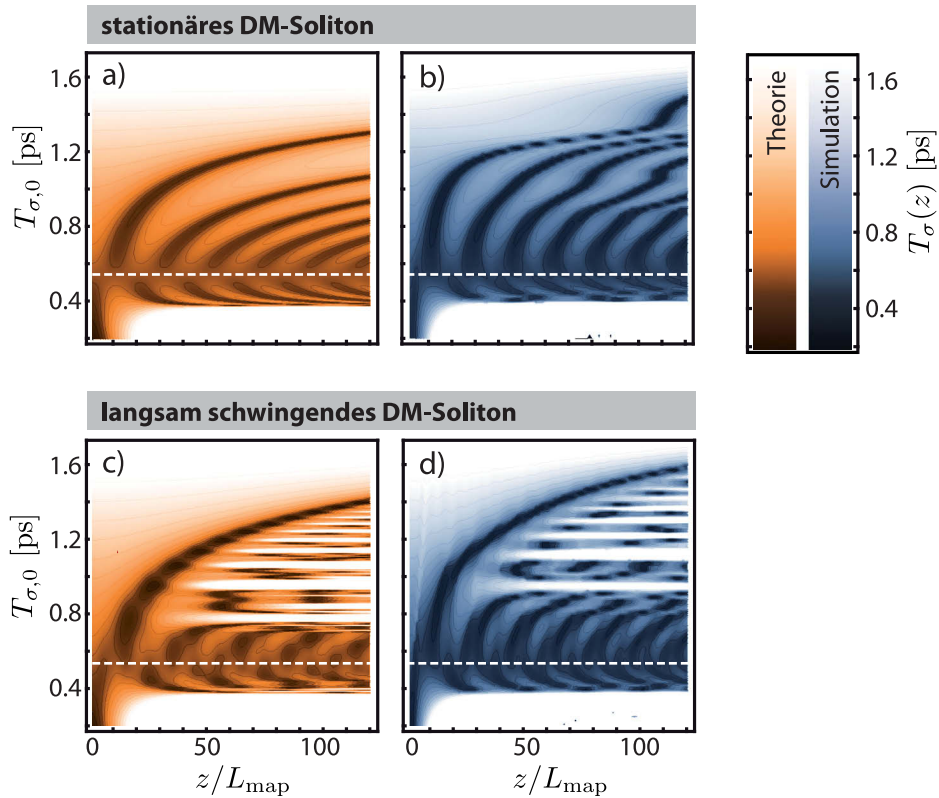


Abbildung 48.: Entwicklung des Impulsabstandes  $T_{\sigma}(z)$  abhängig vom Eingangsabstand  $T_{\sigma,0}$  und dem Ort  $z$  in der DM-Faser. Teilabb.(a) und (b): berechnete bzw. simulierte Abstandsänderung von stationären DM-Solitonen während der Ausbreitung. Teilabb.(c) und (d): berechnete bzw. simulierte Abstandsänderung von langsam schwingenden DM-Solitonen. Es entstehen abwechselnd Bereiche gebundener bzw. auseinanderbrechender Solitonenpaare (Zungen). Die weiße gestrichelte Linie markiert den Gleichgewichtsabstand. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>4</sub>)



Interessant wird die Situation, wenn die DM-Solitonen langsam schwingen (Gauß-Approximation). Zunächst findet die erste Kollision für alle Eingangsabstände statt. Danach entscheidet sich durch den spezifischen Kollisionspunkt, ob sich die DM-Solitonen voneinander entfernen oder weiter gebunden bleiben. Dies hängt davon ab, wo genau innerhalb einer langsamen Oszillationsperiode  $z_{\text{slow}}$  die DM-Solitonen aufeinandertreffen. Vergrößert man kontinuierlich den Eingangsabstand, so verschiebt sich der erste Kollisionspunkt zu größeren Strecken  $z$ . Da die langsame Oszillation der DM-Solitonen davon nicht beeinflusst wird, findet eine 'Rasterung' des Kollisionspunktes über die langsame Oszillationsperiode statt. Charakteristisches Merkmal dabei ist das Auftreten sogenannter 'Zungen'. Diese sind in Abb. 48(c) und (d) bei Eingangsabständen oberhalb  $T_\sigma \approx 0,8$  ps (Theorie) bzw.  $T_\sigma \approx 0,9$  ps (Simulation) zu finden. Diese Zungen sind Bereiche, in denen die Solitonenpaare gebunden bleiben und die durch Bereiche einer aufbrechenden Bindung begrenzt sind. Im Bereich um den Gleichgewichtsabstand  $T_{\text{eq}}$  bleibt die Bindung der DM-Solitonen erhalten, d.h. dass das Solitonenmolekül auch im Falle langsam oszillierender DM-Solitonen 'überlebt'. Bei kleinen Auslenkungen von der Gleichgewichtslage ist die Bindung stark genug, um ein Auseinanderbrechen zu verhindern.

Wann immer zwei DM-Solitonen kollidieren, hängt die Geschwindigkeit nach der Kollision von der Phase der langsamen Oszillation am Kollisionspunkt ab. Entweder brechen die DM-Solitonen auseinander oder sie kollidieren erneut. Dann wiederholt sich die Situation und das Paar kann auseinanderbrechen bzw. erneut kollidieren. Dies ist eine typische Situation für das Auftreten selbstähnlicher bzw. fraktaler Strukturen. Ein vergleichbares Standardbeispiel für solch eine Situation ist ein elastisch hüpfender Ball auf einer sinusförmig vibrierenden Platte, der eine chaotische Bewegung aufweist [65, 144, 25, 57]. Analog zum DM-System sind hier zwei asynchrone Periodizitäten für das chaotische Verhalten verantwortlich. In Abb. 49 ist in verschiedenen Vergrößerungen die Selbstähnlichkeit der Wechselwirkung langsam oszillierender DM-Solitonen zu sehen. Die Selbstähnlichkeit bezieht sich hier auf die Entwicklung des Abstandes des Solitonenpaares. Abb. 49(a)-(c) wurde aus dem theoretischen Modell berechnet, Abb. 49(d)-(f) korrespondieren zu simulierten Impulsausbreitungen. Gut zu erkennen ist die Wiederkehr der gesamten Zungenstruktur bei Hineinzoomen in einen Teil einer Zunge. Abb. 49(a) und 49(d) sind bereits Vergrößerungen der untersten Zunge in Abb. 48 (c) bzw. (d), die Selbstähnlichkeit der Wechselwirkung konnte bis in die vierte Ordnung gezeigt werden. Der Vergrößerungsfaktor von einer Ordnung in die nächste beträgt hier etwa 100. In der Berechnung der Trajektorien der DM-Solitonen wurden elastische Kollisionen unterstellt. Demzufolge ließe sich die Reihe der Vergrößerungen beliebig weit fortführen. In der numerischen Simulation ist die Situation anders. Die DM-Solitonen kollidieren nicht elastisch. Auch wenn in diesem Beispiel mit einer Modulationsstärke von  $S = 2,34$  die Abstrahlung dispersiver Wellen in jeder Kollision relativ gering ist, führt der Energieverlust auf sehr langen Strecken zu einer Änderung der Wechselwirkungsstruktur.

Schon ab der zweiten Ordnung der Selbstähnlichkeit reicht eine Abstandsänderung von weniger als 250 Attosekunden aus, um eine komplette Zungenstruktur zu erzeugen. Die gegenphasige Überlagerung zweier Impulse in einem



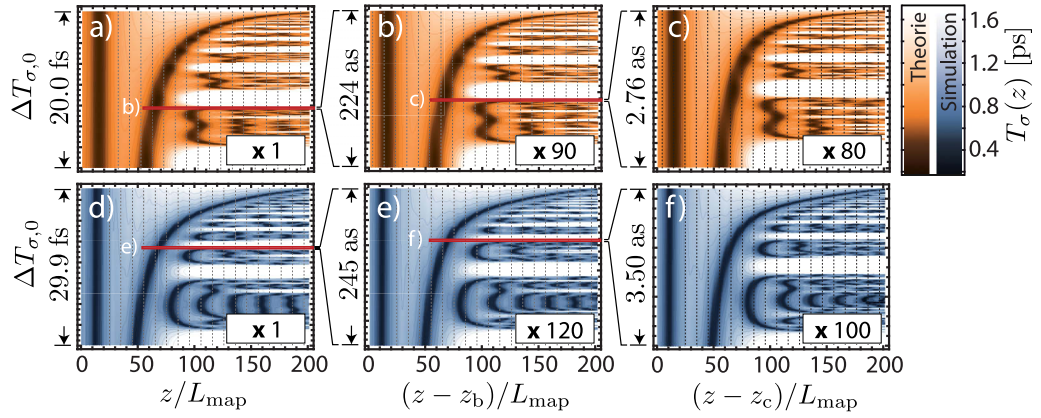


Abbildung 49.: Vergrößerung eines Teils der untersten Zunge aus Abb. 48(c) und 48(d). Abgebildet ist die zweite bis vierte Ordnung der Selbstähnlichkeit der Abstandsentwicklung von langsam oszillierenden DM-Solitonen. Teilabb.(a)-(c) sind berechnet, Teilabb.(d)-(f) entstammen numerischen Simulationen der Impulsausbreitung. ( $z_b = 58$ ,  $z_c = 115$ , Parametersatz: Tab.7-PS<sub>4</sub>)

Interferometer lässt sich nur in diskreten zeitlichen Abständen  $\Delta T_\sigma = \lambda_0/c$  realisieren (z.B.  $\Delta T_\sigma = 5,2$  fs bei  $\lambda_0 = 1550$  nm). In den Berechnungen und numerischen Simulationen lässt sich jedoch jeder Zwischenwert künstlich erzeugen. Da nur GVD und SPM in der DM-NLSE betrachtet werden, können diese Zwischenwerte auch über eine Variation der Mittenwellenlänge  $\lambda_0$  erreicht werden.

Nicht nur eine Änderung des Eingangsabstands  $T_{\sigma,0}$  verursacht die beschriebenen selbstähnlichen Strukturen, auch eine Veränderung der Eingangspaarenergie  $E_{\text{pair}}$  bei sonst konstanten Impulsparametern kann diese Strukturen hervorrufen. Diese Energieänderung bewirkt sowohl eine Änderung der Bouncing-Periode  $z_{\text{bounce}}$ , als auch eine Änderung der Periode der langsamen Oszillation  $z_{\text{slow}}$ . Auf weitere detaillierte Abbildungen dazu wird an dieser Stelle verzichtet, diese sind in [V8] zu finden. Die Identifikation von Bereichen mit selbstähnlicher Wechselwirkung im  $T_{\sigma,0}$ - $E_{\text{pair}}$ -Parameterraum lässt sich numerisch durch das simple Zählen von Solitonenkollisionen auf einer definierten Faserlänge bewerkstelligen. Indikator dafür ist eine rasche Variation dieser Anzahl in kleinen Gebieten im Parameterraum. Dargestellt ist dies für das behandelte Beispiel in Abb. 50(a).

Jeder Bildpunkt entspricht einer Simulation der Impulsausbreitung über 250 Dispersionsperioden. Es gibt mehrere charakteristische Bereiche: Mit einer weißen gestrichelten Kurve ist der Gleichgewichtsabstand des fundamentalen Solitonenmoleküls markiert. Mit abnehmender Energie wird der Abstand immer größer und die Bindung wird schwächer. Eine abnehmende Energie der DM-Solitonen bedingt ebenfalls eine Abnahme der Modulationsstärke  $S$ . In diesem Beispiel gibt es für Impulspaarenergien unterhalb  $E_{\text{pair}} \approx 75$  pJ keine Bindung mehr. Dies ist die untere Grenze für die Molekülbildung, unterhalb dieser Grenze verhalten sich gegenphasige DM-Solitonen qualitativ wie gegenphasige NLSE-Solitonenpaare und stoßen sich ab. Daher gibt es in diesem weißen

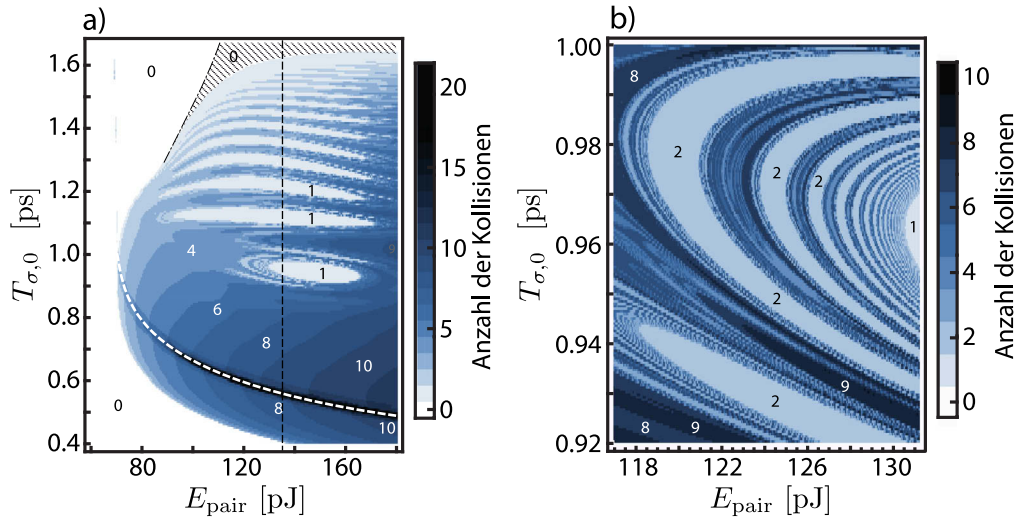


Abbildung 50.: Teilabb.(a): Anzahl der Kollisionen der DM-Solitonen im  $T_{\sigma,0}$ - $E_{\text{pair}}$ -Parameterraum. Weiße Bereiche (0) stehen für eine kollisionsfreie abstoßende Wechselwirkung der DM-Solitonen. Die weiße gestrichelte Linie markiert den Gleichgewichtsabstand des Solitonenmoleküls. Oberhalb dieses Abstandes finden sich die Regionen selbstähnlicher Wechselwirkung. Die senkrechte gestrichelte Linie entspricht Abb. 48(d). Teilabb.(b) zeigt einen Ausschnitt aus Teilabb.(a), in dem eine stark fraktale Wechselwirkung stattfindet. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>4</sub>)

Bereich (markiert durch eine 0) keine Kollisionen. Der schraffierte Bereich steht für DM-Solitonenpaare, die sich aufeinander zubewegen aber nach 250 Dispersionsperioden noch nicht kollidiert sind.

Der interessante Bereich der selbstähnlichen Wechselwirkung findet sich oberhalb des Molekülabstandes. Die mit 1 markierten hellen 'Inseln' sind Bereiche, in denen das DM-Solitonenpaar nach der ersten Kollision auseinanderbricht. Die stärksten fraktalen Regionen sind an den Rändern dieser 'Inseln' zu finden. Die gestrichelte Linie markiert den Schnitt durch den  $T_{\sigma,0}$ - $E_{\text{pair}}$ -Parameterraum, der der Abb. 48(d) entspricht.

Abb. 50(b) zeigt einen Ausschnitt einer fraktalen Randregion. Ein weiteres Hineinzoomen z.B. in den Bereich  $T_{\sigma,0} \approx 94,5$  ps/ $E_{\text{pair}} \approx 118$  pJ reproduziert qualitativ die gesamte abgebildete Struktur. Kleinste Änderungen der Eingangsparameter bedingen eine völlig andere Ausbreitung des Solitonenpaares.

#### 5.4 SCHLUSSBEMERKUNGEN

In der Analyse des Bindungsmechanismus von DM-Solitonen wurde nachgewiesen, dass fundamentale Solitonenmoleküle eine stabile Bindung aufweisen. Eine solche auch gegen Störungen robuste Bindung ist von Solitonen in Fasern mit konstanter anomaler Dispersion bislang nicht bekannt.

Bekannt sind jedoch stabile Solitonenverbünde bzw. Solitonenmoleküle mit konstantem Abstand in Faserlasern. Diese Solitonen sind im Gegensatz zu den hier betrachteten Impulsen dissipative Solitonen, d.h. dass nicht nur GVD und SPM ein dynamisches Gleichgewicht aufweisen, sondern auch die Ver-

stärkung und Dämpfung der Impulse [9] im Laser. Beschrieben werden diese Systeme durch die kubisch-quintische komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung (CQ-CGLE) [9]. Die CGLE-Solitonen besitzen keine glatte zeitliche Phasenfunktion und binden im anomalen Dispersionsregime mit einer relativen Phase von  $\varphi_{\text{rel}} = \pi/2$  aneinander [87, 12, 5]. Im Falle von NLSE-Solitonen und DM-Solitonen führt dies jedoch zu einem Energietransfer und einem Auseinanderbrechen der Solitonenpaare. Ebenfalls gibt es in Faser-Laser-Systemen Solitonenmoleküle mit  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$ , diese sind jedoch instabil [4, 5, 153].

DM-Solitonenmoleküle sind durch ihre stabile Bindung potentielle Kandidaten für neue Konzepte in der Datenübertragung. Sollte sich herausstellen, dass auch längere Ketten von DM-Solitonen eine vergleichbare Stabilität wie das fundamentale Solitonenmolekül aufweisen, können diese Impulszüge zur nichtbinären Kodierung in optischen Kommunikationssystemen genutzt werden. Zu vermeiden ist in der Anwendung von Solitonenmolekülen natürlich der Parameterbereich, in dem eine selbstähnliche Wechselwirkung stattfindet. Diese nichtlineare Resonanz zwischen interner langsamer Oszillation der Impulse und der Bouncing-Periode ist in einem größeren Bereich um den Gleichgewichtsabstand nicht in der Lage, die Bindung aufzubrechen, so dass eine Anwendung der Solitonenmoleküle trotzdem möglich ist.

Die selbstähnliche bzw. fraktale Wechselwirkung von DM-Solitonen ist eine interessante Eigenschaft. Im Zusammenhang mit Solitonen wurde Selbstähnlichkeit bereits in verschiedenen Systemen beobachtet [149, 39, 37, 155, 52, 156, 40]. Weitere Beispiele dafür sind z.B. Similaritonen in Faserlasern [70, 44, 24], aber auch das hierarchische Aufbrechen von räumlichen Solitonen [129, 123], Kink-Antikink-Kollisionen [17] und Breather-Kollisionen [38].

Mit dem Wissen, dass eine nichtlineare Resonanz zwischen zwei unterschiedlichen Periodizitäten beteiligt sein muss, lassen sich auch einfachere Systeme mit selbstähnlicher Wechselwirkung finden. In Abschnitt 2.4.4 wurde der Breather als Solitonenpaar, bestehend aus zwei gleichphasigen fundamentalen ( $N = 1$ ) NLSE-Solitonen, vorgestellt. Diese kollidieren periodisch während der Ausbreitung. Wählt man nun  $N = 1,5$ , um eine Störung des NLSE-Solitons hervorzurufen, dann vollführen die individuellen NLSE-Solitonen ebenfalls langsame Schwingungen. Die Ausbreitung von gleichphasigen  $N = 1,5$ -Solitonen zeigt dann qualitativ die gleiche Selbstähnlichkeit wie langsam oszillierende DM-Solitonen. Die Abstandsentwicklung dieser NLSE-Solitonen ist in Abb. 51 über eine Ausbreitungsstrecke von 60 Solitonenperioden  $\xi_{\text{sol}}$  mit der aus dem DM-System bereits bekannten typischen Zungenstruktur gezeigt.

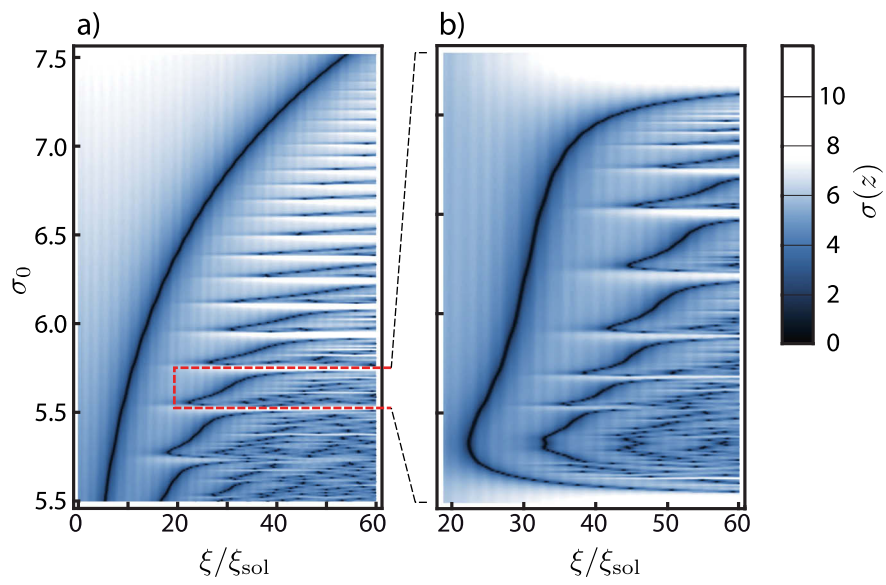


Abbildung 51.: Abstandsentwicklung von zwei  $N = 1.5$ -Solitonen in der NLSE als Beispiel für ein weiteres System, in dem Selbstähnlichkeit in der Wechselwirkung auftritt.



## ZUSAMMENFASSUNG

---

Zentrales Thema der vorliegenden Arbeit war die Wechselwirkung von zeitlichen Solitonen in verschiedenen Glasfasersystemen. Solitonen sind formstabile und gegen Störungen robuste Lichtimpulse, die in vielen optischen Anwendungen eine Rolle spielen. In dieser Arbeit wurde analysiert, unter welchen Bedingungen sich Solitonenpaare oder auch Solitonenzüge in passiven Fasersystemen bilden können. Die gewonnenen Erkenntnisse aus theoretischen Betrachtungen und numerischen Simulationen wurden in begleitenden Experimenten überprüft. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen die Vorhersagen.

Um die Solitonenwechselwirkung in einem einfachen physikalischen Bild behandeln zu können, wurde ein störungstheoretisches Modell entwickelt, mit dem sich Vorhersagen zur Bewegung und gegenseitiger Beeinflussung benachbarter Solitonen machen lassen. Die Solitonen werden dabei als Teilchen behandelt, die durch den Einfluss anderer Solitonen eine Verschiebung ihrer Mittenfrequenz, einen Energietransfer oder auch eine Änderung der relativen Phase erfahren. In Anlehnung an die klassische Mechanik wird die Wechselwirkung der Solitonen in Begriffen wie Geschwindigkeit, Kraft, Anziehung oder Abstoßung beschrieben. Die Geschwindigkeit der Solitonen entspricht dabei ihrer Mittenfrequenz, eine Änderung der Mittenfrequenz während der Ausbreitung entspricht im Zeitbereich einer Beschleunigung und damit Kraftwirkung. Im Rahmen der störungstheoretischen Näherungen kann das Modell bereits bekannte Strukturen der Solitonenwechselwirkung auf Grund des Kerr-Effektes gut reproduzieren. Dazu gehören unter anderem die Abstoßung gegenphasiger und die Anziehung gleichphasiger fundamentaler Solitonen.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde dieses Modell angewendet auf Solitonen, die durch den Einfluss der Raman-Selbstfrequenzverschiebung als individuelle Impulse im Zeitbereich beschleunigt werden. Es konnten zwei Bedingungen für ein Kräftegleichgewicht zwischen den Solitonen hergeleitet werden, so dass die Ausbreitung von Solitonenpaaren mit einem konstanten Abstand möglich ist. Es stellte sich heraus, dass dieses Kräftegleichgewicht bei einem bestimmten Abstand und einem bestimmten Spitzenleistungsverhältnis der Solitonen durch eine attraktive Kerr-Wechselwirkung und eine dem entgegenwirkende differentielle Raman-Beschleunigung der Solitonen erzeugt wird. Eine Unterscheidung der Solitonenpaare erfolgte in dieser Arbeit auf Grund der unterschiedlichen Entwicklung der relativen Phase in Typ-I-Paare und Typ-II-Paare. Während Typ-I-Solitonenpaare eine Rotation der relativen Phase und des Spitzenleistungsverhältnisses während der Ausbreitung aufweisen, bleibt die relative Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  und das Leistungsprofil der Typ-II-Paare unverändert. Zusätzliche Stabilitätsanalysen haben gezeigt, dass Typ-I-Solitonenpaare ein veränderliches Kräftegleichgewicht aufweisen. Je nach Betrag der relativen Phase kann die Kerr-Wechselwirkung auch abstoßend und die differentielle Raman-Beschleunigung anziehend wirken. Das dynamische Kräftegleichgewicht von Typ-I-Paaren ist



damit während der Ausbreitung in Bereichen mit  $\varphi_{\text{rel}} \approx 0$  instabil und in Bereichen mit  $\varphi_{\text{rel}} \approx \pi$  stabil. Typ-II-Solitonenpaare sind durch ihr statisches Kräftegleichgewicht immer instabil.

Aus den Ergebnissen der Analyse von Typ-II-Solitonenpaaren konnte eine Erweiterung dieser Paare auf ebenfalls instabile Typ-II-Solitonenzüge durchgeführt werden. Für jedes beteiligte Soliton des Zuges muss ebenfalls ein Kräftegleichgewicht zwischen differentieller Raman-Beschleunigung und der Kerr-induzierten Wechselwirkung durch alle anderen Solitonen im Zug herrschen. Die Länge dieser Solitonenzüge ist durch die Stärke des Raman-Effekts begrenzt und konnte hier abgeschätzt werden. In zusätzlichen numerischen Untersuchungen wurden auch Signaturen von Typ-I-Solitonenzügen gefunden. Diese erfordern jedoch weitergehende Untersuchungen.

Die theoretischen Vorhersagen zu den Raman-verschobenen Solitonenpaaren wurden im Experiment überprüft. Dazu wurden zunächst die optimalen Faser- und Impulsparameter bestimmt. Für die Erzeugung von Solitonenpaaren kam ein räumlicher Lichtmodulator zum Einsatz, mit dem aus ultrakurzen Laserimpulsen Paare aus Sech-Impulsen mit vorgegebenem Spitzenleistungsverhältnis, Abstand, Impulsdauer und Phase geformt wurden. Der Nachweis erfolgte durch die Einkopplung in eine Standard-Einmodenfaser und die anschließende Messung der Spektren und SHG-FROG-Spuren von Ein- und Ausgangssignal. Während sich der Abstand der Solitonen während der Ausbreitung im Bereich der vorhergesagten Solitonenpaar-Parameter kaum veränderte, konnte für zu kleine Abstände eine Anziehung und für zu große Abstände eine Abstoßung und damit die Instabilität dieser Paare nachgewiesen werden. Auf Grund experimenteller Limitierungen und der Instabilität der Solitonenpaare konnte nur ein Typ-I-Paar gemessen werden.

Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse bezüglich Raman-verschobener Solitonenpaare machten eine Einordnung der numerisch durch Akhmediev et al. [11] und experimentell durch Podlipensky et al. [115, 116] gefundenen Solitonenpaare möglich. Während in [11] ein Typ-II-Solitonenpaar beschrieben wurde, konnten in [115, 116] offensichtlich Typ-I-Solitonenpaare beobachtet werden.

Im dritten Teil der vorliegenden Arbeit wurde die Wechselwirkung von gegenphasigen Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern analysiert. Aus numerischen und experimentellen Untersuchungen [109, 89, 133] war bereits bekannt, dass in diesen auch als DM-Fasern bezeichneten Systemen Paare aus sogenannten DM-Solitonen existieren. Im Rahmen dieser Arbeit konnte mittels des störungstheoretischen Modells nachgewiesen werden, dass diese auch Solitonenmoleküle genannten Doppelimpulse eine stabile Bindung aufweisen. Es gibt einen ausgezeichneten Abstand, bei dem ein Kräftegleichgewicht zwischen den DM-Solitonen herrscht. Abweichungen von diesem Abstand führen zu einer Bewegung der DM-Solitonen um den Gleichgewichtsabstand mit einer bestimmten Kollisionsperiode. Die physikalische Erklärung der Stabilisierung des Impulsabstandes im Teilchenbild sei hier kurz angegeben: DM-Fasern bestehen aus Segmenten mit abwechselnd anomaler und normaler Dispersion, die in Dispersionsperioden eingeteilt werden. Diese Konfiguration führt zu einem starken 'Atmen' der DM-Solitonen in den einzelnen Segmenten. An den Faserübergängen sind die Impulse zeitlich sehr breit und weisen die stärkste

Phasenkrümmung auf. In den Segmentmitten sind die Impulse Fourier-limitiert und damit am kürzesten. Im Teilchenbild ergibt sich damit im Wesentlichen eine Anziehung der Impulse an den Faserübergängen und eine Abstoßung in den Segmentmitten. Bei großen Abständen überwiegt die Anziehung im Bereich der Faserübergänge auf Grund der lokalen Breite der DM-Solitonen. Bei kleinen Abständen überwiegt die Abstoßung der Impulse in den Segmentmitten. Im Mittel wirkt damit eine effektive Kraft, die bei großen Abständen anziehend und bei zu kleinen Abständen abstoßend wirkt. Die Bindung der DM-Solitonen ist damit stabil.

Die mittels Störungstheorie berechnete Bewegung der Solitonen in diesem Bindungspotential stimmt qualitativ sehr gut mit den numerisch simulierten Ausbreitungen überein. Ebenfalls wurden die Vorhersagen aus dem Modell durch Experimente überprüft, bei denen systematisch die Impulspaar-Parameter variiert wurden. Die wichtigsten Wechselwirkungsstrukturen von gegenphasigen DM-Solitonen, wie z.B. die erste Kollision der Impulse und ein stabiler Bindungsabstand konnten experimentell bestätigt werden. Die aufwendigere phasensensitive Charakterisierung der Impulspaare wurde mit dem VAMPIRE-Verfahren durchgeführt. Im Zusammenhang mit diesen Experimenten konnte die Eindeutigkeit dieses Verfahrens bei der Rekonstruktion der relativen Phase von deutlich separierten spektralen Anteilen nachgewiesen werden.

In der weiteren Analyse konnte eine zusätzliche Eigenschaft der Wechselwirkung von DM-Solitonen geklärt werden. Entspricht die Form eines sich ausbreitenden Impulses nur approximativ der stationären Lösung der DM-Faser, weist dieser Impuls langsame Oszillationen der Impulsparameter auf. Im Zusammenhang mit der Kollisionsperiode der Solitonen führt eine nichtlineare Resonanz zwischen diesen beiden Periodizitäten zum Auftreten von selbstähnlichen bzw. fraktalen Wechselwirkungsstrukturen in bestimmten Parameterbereichen. Diese Parameterbereiche sollten bei einer möglichen Anwendung des Solitonenmoleküls vermieden werden.

In Bezug auf die analysierten Solitonenmoleküle ist zu überprüfen, ob sich die Stabilität und Stärke der Bindung auf längere Ketten von DM-Solitonen erweitern lassen. Dies ist eine notwendige Voraussetzung für eine künftige Anwendung in der Kommunikationstechnologie. Welche Art der Informationscodierung sich am Ende durchsetzt, wird sich zeigen.

Das in dieser Arbeit vorgestellte störungstheoretische Modell sollte in Bezug auf die quantitativen Vorhersagen verfeinert werden. Inwieweit sich Vorhersagen auch für sehr kleine Abstände mit einem verbesserten Modell treffen lassen, bleibt noch zu verifizieren. Wünschenswert wäre ebenfalls eine Erweiterung auf aktive Fasersysteme, um eventuell auch die dort auftretenden Solitonenpaare im Teilchenbild beschreiben zu können. Die Untersuchung von Solitonenwechselwirkungen ist ein aktives Gebiet in der nichtlinearen Optik wie auch in vielen anderen Bereichen der Physik. Diese Arbeit liefert einen Beitrag dazu.



## MODULATIONSINSTABILITÄTEN, AKHMEDIEV-BREATHER UND PEREGRINE-SOLITON

In diesem Abschnitt werden die Modulationsinstabilität [15, 134, 46] (MI) als parametrischer Prozess der NLSE betrachtet und der mit der MI eng verwandte Akhmediev-Breather [10, 46] (AB) und seine Sonderform, das Peregrine-Soliton [114, 76] (PS), als analytische Lösungen der NLSE vorgestellt.

### A.1 MODULATIONSINSTABILITÄT

Die MI ist formal ein Prozess, basierend auf der degenerierten Vierwellenmischung und der Phasenanpassung zwischen SPM induziertem Phasenshift der Pumpwelle und einer kleinen Störung. Diese Störungen mit Frequenzen  $\pm\Omega$  können sich in einem bestimmten Bereich um die Mittenfrequenz  $\Omega_0 = 0$  während der Propagation 'aufschaukeln'. In Kapitel 2 wurde gezeigt, dass sich die Phase  $\Phi(\xi)$  des Dauerstrich-Untergrundes im mit  $\Omega_0 = 0$  mitbewegten System mit  $\exp(i\xi)$  entwickelt. Betrachtet man nun das System in einem um  $\Omega$  verschobenen Bezugssystem mit dem Ansatz  $u(\xi = 0, \tau) = \exp(i\Omega\tau)$ , dann folgt für die zeitliche Phasenentwicklung

$$\frac{\partial\Phi(\tau)}{\partial\xi} = 1 - \frac{D_2}{2}\Omega^2 \quad . \quad (\text{A.1})$$

Im Falle anomaler Dispersion ( $D_2 = +1$ ) ergibt sich also für  $\Omega \pm \sqrt{2}$  eine verschwindende Phasenentwicklung bzw. optimale Phasenanpassung. Störungen mit Frequenzen von  $\Omega \pm \sqrt{2}$  können effektiv an den Dauerstrich-Untergrund koppeln, da sie 'phasenstarr' mitlaufen. Bei diesen Frequenzen wird demzufolge maximale Verstärkung auftreten, für normale Dispersion ( $D_2 = -1$ ) hat A.1 keine Nullstelle und daher keine optimale Phasenanpassung.

Um zunächst zu verstehen, in welchen spektralen Bereichen überhaupt Verstärkung auftritt, wird die NLSE (2.16) in den Fourierraum transformiert. Der zeitliche Impuls  $u(\tau)$  lässt sich mit der Fouriertransformation darstellen

$$u(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(\Omega) \exp(i\Omega\tau) d\Omega \quad . \quad (\text{A.2})$$

Einsetzen von (A.2) in (2.16) und Transformation in den Frequenzraum liefert

$$\begin{aligned} 0 = & i \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{D_2}{2} \Omega^2 \tilde{u} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \tilde{u}_1 \tilde{u}_2 \tilde{u}_3^* e^{i(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 - \Omega)\tau} d\tau d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Mit der Delta-Distribution

$$\delta(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 - \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 - \Omega)\tau\} d\tau \quad (\text{A.4})$$

ergibt sich die NLSE im Frequenzraum

$$i \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{D_2}{2} \Omega^2 \tilde{u} + N(\Omega) = 0 \quad (\text{A.5})$$

mit

$$N(\Omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \int \tilde{u}_1 \tilde{u}_2 \tilde{u}_3^* \delta(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 - \Omega) d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 \quad (\text{A.6})$$

Die spektrale dispersive Phasenentwicklung  $\partial \tilde{\Phi} / \partial \xi$  hat dann die Form

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} = i \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \xi} = -i \frac{D_2}{2} \Omega^2 \tilde{u} \rightarrow \frac{\partial \tilde{\Phi}_{\text{GVD}}}{\partial \xi} = -\frac{D_2}{2} \Omega^2 \quad (\text{A.7})$$

Für die MI ist die nichtlineare Phasenentwicklung der zu verstärkenden spektralen Anteile bei Frequenzen von  $\Omega \neq 0$  wichtig. Dafür wird ein Ansatz  $\tilde{u}(\Omega) = \delta(\Omega) + \Delta$  mit  $\Delta \ll 1$  gewählt.  $\Delta$  ist dabei ein analytischer 'Rauschuntergrund', der in dieser Form einfacher zu behandeln ist. Die nichtlineare Phasenentwicklung für Frequenzen  $\Omega \neq 0$  ergibt sich dann aus  $\partial \tilde{\Phi}_{\text{NL}} / \partial \xi = N(\Omega) / \Delta$ . Die Vierwellenmischung spiegelt sich in der Delta-Funktion von  $N(\Omega)$  wieder. Bei Frequenzen  $\Omega = \Omega' \neq 0$  gibt es nur einen Beitrag, wenn eine der Frequenzen  $\Omega_{1...3} = -\Omega'$  ist. Unter Vernachlässigung quadratischer und kubischer  $\Delta$ -Terme gilt dann  $\tilde{u}_1 \tilde{u}_2 \tilde{u}_3^* = (2\pi)^2 \Delta [\delta(\nu_1) \delta(\nu_2) + \delta(\nu_1) \delta(\nu_3) + \delta(\nu_2) \delta(\nu_3)]$ . Die Integration liefert dann  $\partial \tilde{\Phi}_{\text{NL}} / \partial \xi = 3$ . In Abwesenheit der Dispersion verstärkt die Vierwellenmischung alle Frequenzen  $\Omega \neq 0$  gleichmäßig mit der dreifachen spektralen Phasenentwicklung gegenüber der Pumpwelle. Die gesamte Phasenentwicklung im Spektrum ergibt sich dann aus

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \xi} = \begin{cases} 3 - \frac{D_2}{2} \Omega^2, & \Omega \neq 0 \\ 1, & \Omega = 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

In Abb. 52(a) ist die numerisch simulierte spektrale Phasenentwicklung  $\partial \tilde{\Phi} / \partial \xi$  für die Fälle  $D_2 = -1$  (rot),  $D_2 = 0$  (blau) und  $D_2 = 1$  (grün) gezeigt. Vernachlässigt man die Phasen Anpassung der einzelnen Frequenzen mit der Pumpfrequenz (d.h. für sehr kurze Ausbreitungsstrecken  $\xi < 1/4$ ), dann entspricht Abb. 52(a) ebenfalls qualitativ dem Verstärkungsprofil  $V$  der spektralen Amplitude. Spektrale Anteile, die sich in ihrer Phase schneller entwickeln als die Pumpfrequenz, werden zu Beginn der Ausbreitung verstärkt. Der grün eingefärbte Bereich entspricht der Verstärkung bei  $D_2 = +1$  (Bedingung  $V = 2 - D_2 \Omega^2 / 2 > 0$ ), der rot eingefärbte Bereich entspricht der Verstärkung bei  $D_2 = -1$ . Die schraffierten Flächen bedeuten eine Abschwächung der spektralen Anteile. Damit ergibt sich zunächst ein Verstärkungsbereich von  $-2 < \Omega < 2$  für  $D_2 = +1$  und  $-\infty < \Omega < \infty$  für  $D_2 = -1$ .

Ob sich eine makroskopische Welle aufbauen kann, hängt dann von der Phasen Anpassung ab. Diese wird bestimmt durch die Differenz  $\Delta \beta(\Omega)$  der Kreiswellenzahlen (Beträge der Wellenvektoren) der beteiligten Photonen. Mit  $\beta(\pm \Omega) = -D_2 \Omega^2 / 2$  im hier benutzten normierten System bedeutet dies

$$\Delta \beta(\Omega) = \beta(\Omega) + \beta(-\Omega) + 2 = 2 - D_2 \Omega^2 \quad (\text{A.9})$$

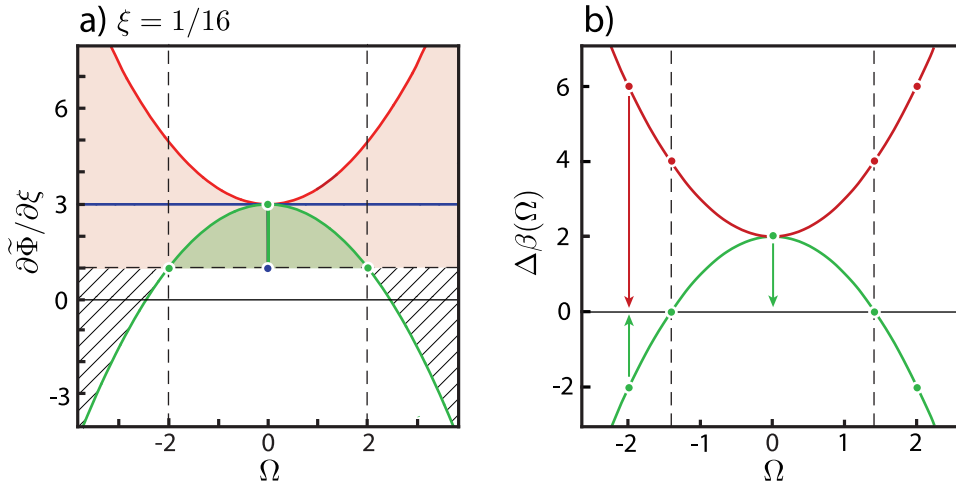


Abbildung 52.: Teilabb.(a): numerisch simulierte spektrale Phasenentwicklung des Dauerstrichuntergrundes nach einer kurzen Ausbreitungsstrecke  $\xi = 1/16$  bei anomaler (grün), normaler (rot) und verschwindender (blau) Dispersion. Für anomale Dispersion ergibt sich mit (A.8) nur der Bereich  $-2 < \Omega < 2$ , in dem Verstärkung stattfinden kann. Teilabb.(b): Phasen Anpassung bei anomaler (grün) und normaler (rot) Dispersion. Nach (A.9) findet eine volle Phasen Anpassung nur bei  $D = +1$  und  $\Omega = \pm\sqrt{2}$  statt.

Bei Anwesenheit höherer Dispersion können je nach Vorzeichen der Dispersionskoeffizienten  $D_{2i}$  durch die MI mehr als zwei Seitenbänder erzeugt werden. Dies geschieht bei den Frequenzen  $\Omega$ , bei denen die Bedingung

$$2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_{2n}}{(2n)!} \Omega^{2n} = 0 \quad (\text{A.10})$$

erfüllt ist. Dispersionsbeiträge, die aus ungeraden Ordnungen stammen, spielen für die MI keine Rolle auf Grund der nicht erfüllten Symmetriebedingung für die Vierwellenmischung.

In Abb. 52(b) ist die Phasen Anpassung (A.9) für  $D_2 = +1$  (grün) und  $D_2 = -1$  (rot) gezeigt. Bei  $\Omega = \pm\sqrt{2}$  ist  $\Delta\beta(\Omega) = 0$ , dies bestimmt die Position der Seitenbänder. In Abb. 53 ist die Ausbreitung eines spektralen Startfeldes der Form  $\tilde{u}(\xi = 0, \Omega) = \delta(\Omega) + \Delta$  mit  $\Delta = 10^{-10}$  für  $D_2 = +1$  (grün) und  $D_2 = -1$  (rot) dargestellt. Abb. 53(a) und (b) zeigen die Entwicklung des Spektrums auf kurzen Distanzen  $\xi \leq 1$ . Bei anomaler Dispersion werden Frequenzen mit  $|\Omega| > 2$  unterdrückt; bei normaler Dispersion werden alle Frequenzen verstärkt. Die fehlende Phasen Anpassung (A.9) in diesen Bereichen verhindert das Aufbauen einer makroskopischen Welle und führt zu den typischen Modulationen. Die spektralen Anteile werden während der Ausbreitung periodisch auf- und wieder abgebaut. Auf kurzen Distanzen lässt sich die Entwicklung der spektralen Amplitude  $\tilde{u}(\xi = 0, \Omega) = \delta(\Omega) + \Delta$  sehr gut durch das Verstärkungsprofil  $V$  und die Phasen Anpassung  $\Delta\beta$  (A.9) beschreiben

$$|\tilde{u}(\xi, \Omega)| = |\tilde{u}(\xi = 0, \Omega)| \exp \left[ V \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta\beta\xi}{2} \right) \xi^2 \right]. \quad (\text{A.11})$$



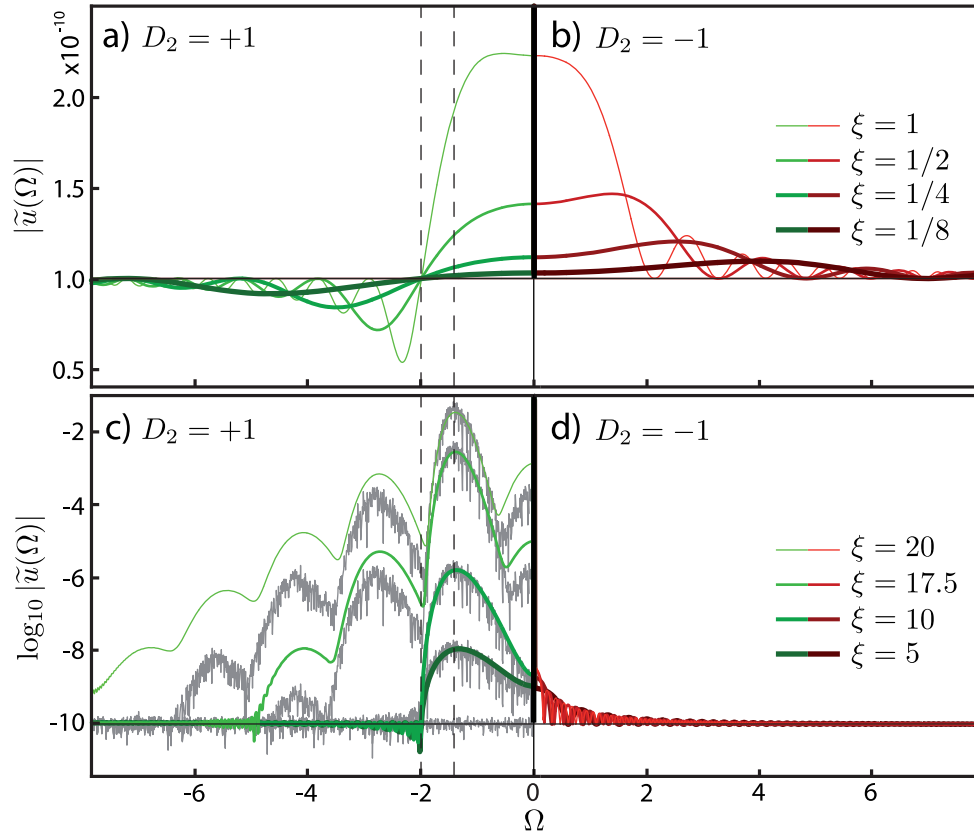


Abbildung 53.: Teilabb.(a) und (b): Entwicklung des idealisierten spektralen Eingangsfeldes auf sehr kurzen Strecken  $\xi < 1$  bei anomaler (grün) und normaler (rot) Dispersion. Teilabb. (c) und (d): Entwicklung des Eingangsfeldes auf längeren Strecken. In Grau ist die Entwicklung eines Startfeldes mit Gauß-verteiltem weißen Amplituden- und Phasenrauschen gezeigt.

Im weiteren Verlauf der Ausbreitung (Abb. 53(c) und (d)) bauen sich makroskopische Wellen bei anomaler Dispersion im Verstärkungsbereich  $|\Omega| < 2$  mit dem Maximum bei  $\Omega = \pm\sqrt{2}$  auf. Die verstärkten Seitenbänder erzeugen ihrerseits wieder Seitenbänder durch die MI mit dem spektralen Abstand  $\Delta\Omega = \sqrt{2}$ . Dies führt dann im Verlauf der weiteren Ausbreitung zur Ausbildung zeitlich periodischer Impulszüge mit einem Impulsabstand von  $\sigma = \sqrt{2}\pi$ . Bei normaler Dispersion werden die verstärkten spektralen Anteile durch die Phasenfehlpassung wieder abgebaut. In Abb. 53(c) ist weiterhin eine korrespondierende Simulation eines CW-Signals mit Gauß-verteiltem weißen Amplituden- und Phasenrauschen dargestellt. Die Verstärkung der primären Seitenbänder hängt nicht vom Rauschen ab, die der sekundären Bänder wird im Wesentlichen durch das Phasenrauschen reduziert.

Für das parametrische Verstärkungsprofil  $g(\Omega)$  der primären Seitenbänder gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze, wie z.B. die *lineare Stabilitätsanalyse* [6] oder die Berechnung der FWM-Verstärkung durch Lösen gekoppelter Am-

plitudengleichungen [6, 131]. Das Verstärkungsprofil hat im normierten System die Form

$$g(\Omega) = \sqrt{\Omega_G^2 - \Delta\beta^2} = |\Omega| \sqrt{4 - \Omega^2} \quad (\text{A.12})$$

mit dem Maximum von  $g(\pm\sqrt{2}) = 2$  und den bekannten Grenzfrequenzen  $\Omega_G = \pm 2$ . Die spektrale Leistung entwickelt sich mit  $\tilde{P}(\xi, \Omega) = \tilde{P}(\xi = 0, \Omega) \exp[g(\Omega)\xi]$ .

Über die Dispersion kann man gezielt die Phasen Anpassung und damit die Struktur des entstehenden Spektrums beeinflussen. Für den Fall  $D_2 = D_2(\xi)$ , wie es z.B. in einer *dispersion decreasing fiber* (DDF) gegeben ist, verändert sich die optimal angepasste Frequenz mit  $\xi$  und ein Spektrum wie in Abb. 53(c) könnte gezielt geglättet werden.

## A.2 AKHMEDIEV-BREATHER UND PEREGRINE-SOLITON

Als Sonderfall der MI sei hier eine analytische Lösung der NLSE vorgestellt: der Akhmediev-Breather (AB) mit der Form [10, 76]

$$u(\xi, \tau) = \frac{(1 - 4a)\cosh(b\xi) + \sqrt{2a} \cos(\Omega\tau) + i b \sinh(b\xi)}{\sqrt{2a} \cos(\Omega\tau) - \cosh(b\xi)} \exp(i\xi) \quad (\text{A.13})$$

mit

$$\Omega = \sqrt{4(1 - 2a)} \quad , \quad b = \sqrt{8a(1 - 2a)} \quad . \quad (\text{A.14})$$

Der Parameter  $a$  ist gültig im Bereich  $0 < a < 0,5$  und definiert somit den Frequenzbereich  $\Omega(a) = 0 \dots \pm 2$ , welcher dem MI-Verstärkungsband entspricht. Der AB ist eine analytische Lösung der NLSE ebenso wie der Dauerstrich-Lösung (2.22). Hier ist das an jedem Ort  $\xi$  bereits enthaltene Signal der Frequenz  $\Omega$  ausschlaggebend. Nur diese Frequenz wird (wie bei der MI des Dauerstrich-signals) parametrisch verstärkt. Bei der MI wird ein ganzes Band an Frequenzen aus dem Rauschen verstärkt, der Akhmediev-Breather enthält nur die Frequenzen  $\pm\Omega$ . Dies führt bei  $\xi = 0$  (maximale Verstärkung von  $\Omega$ ) zu einem typischen dreieckigen Spektrum (in der logarithmischen Darstellung) mit spektralen Anteilen bei  $\Omega_i = \pm i\Omega; i = 1 \dots n; n \in \mathbb{N}$  ähnlich dem in Abb. 53. Im Zeitbereich bildet sich bei  $\xi = 0$  eine unendliche Impulskette der Form

$$u(\xi = 0, \tau) = \frac{(1 - 4a) + \sqrt{2a} \cos(\Omega\tau)}{\sqrt{2a} \cos(\Omega\tau) - 1} \quad (\text{A.15})$$

mit dem Abstand  $\sigma = 2\pi/\Omega$ . Für die Maximalverstärkungsfrequenz  $\Omega = \sqrt{2}$  der MI ist  $u(\xi = 0, \tau) = \cos(\Omega\tau)/(\cos(\Omega\tau) - \sqrt{2})$  mit dem zeitlichen Impulsabstand  $\sigma = \sqrt{2}\pi$ . Es gilt weiterhin  $|u(\xi \rightarrow \pm\infty, \tau)| \rightarrow 1$ , jedoch entspricht (A.13) an keinem Ort  $\xi$  dem Dauerstrichuntergrund.

Ein weiterer Sonderfall des AB ist das Peregrine-Soliton [114, 76] (PS), welches bei  $a \rightarrow 0,5$  bzw.  $\Omega \rightarrow 0$  auftritt. Eine infinitesimale Abweichung der zu verstärkenden Frequenz  $\Omega$  von der Pumpfrequenz bei  $\Omega = 0$  führt zu einem divergierenden Abstand  $\sigma = 2\pi/\Omega \rightarrow \infty$  der zeitlichen Impulse. Das Peregrine-Soliton ist ein einmaliges Auftreten eines Impulses sowohl im Zeit-

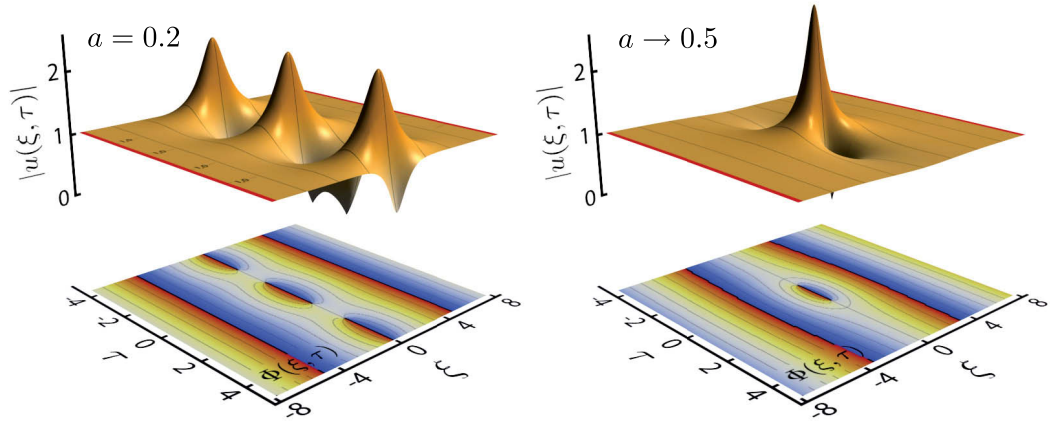


Abbildung 54.: Links: Amplituden- und Phasenentwicklung des Akhmediev-Breathers mit  $a = 0,2$ . Am Ort  $\xi = 0$  entsteht ein unendlicher Impulszug, der sich symmetrisch wieder abbaut. Rechts: Amplituden- und Phasenentwicklung des Peregrine-Solitons mit  $a \rightarrow 0,5$ . Am Punkt  $\xi = 0; \tau = 0$  entsteht aus dem Untergrund ein einzelner lokalisierter Impuls.

als auch im Ortsraum. In Abb. 54 sind jeweils ein Beispiel für die Ausbreitung des AB ( $a = 0,2$ ) und des PS ( $a \rightarrow 0,5$ ) im Zeitbereich dargestellt. Sowohl der Akhmediev-Breather als auch das Peregrine-Soliton sind analytische Lösungen der NLSE mit  $D_2 = +1$ . Auch diese Lösungen weisen bei Vorhandensein kleiner Störungen Instabilitäten entsprechend der MI auf.

Das Peregrine-Soliton wird häufig als Beispiel einer optischen 'rough wave' [130, 45] mit Monsterwellen in der Ozeanographie in Verbindung gebracht. Es ist ein Beispiel für das Auftreten einer einzelnen, lokalisierten Welle mit signifikant überhöhter Wellenamplitude.

Als einziges Beispiel für eine formstabile Lösung der NLSE wurde das  $N = 1$  Soliton in Abschnitt 2.4.2 vorgestellt. Alle anderen Konstrukte mit mehr als einem beteiligten Soliton weisen einen oszillierenden Abstand auf bzw. separieren während der Ausbreitung. Im Folgenden soll ein Sonderfall als eine weitere Lösung der NLSE vorgestellt werden, die aus einem unendlichen Zug fundamentaler Solitonen mit dem Abstand  $\sigma$  und der relativen Phase  $\varphi_{\text{rel}}$  bestehen. Im Grenzfall großer Abstände wurde die Stabilität solcher Solitonenzüge in [20] behandelt. Periodische Impulszüge wurden ebenfalls in DM-Systemen analysiert [74]. Im Teilchenbild lassen sich diese Solitonenzüge wie folgt betrachten: Jedes Soliton wird durch die Kerr-Wechselwirkung der Nachbarn beeinflusst. Eine Bewegung der Solitonen kommt jedoch nicht zustande, da die Wechselwirkung durch die zeitlich vorauseilenden mit der Wechselwirkung durch die nachfolgenden Nachbarsolitonen exakt kompensiert wird. Dies gilt formal für alle Werte der relativen Phase. Bei  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  findet jedoch ein Energieübertrag zwischen den Solitonen statt. Dies geschieht bei allen Solitonen und führt damit zu einer Schwerpunktsverschiebung der einzelnen Solitonen. Diese vollführen dann eine scheinbare Bewegung. Der periodische Startimpuls hat die Form

$$u(\xi = 0, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta \operatorname{sech}\{\eta(\tau + k\sigma)\} \exp(ik\varphi_{\text{rel}}) \quad . \quad (\text{B.1})$$

Mit (2.21) ergibt sich für die Phasenentwicklung des Zuges

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \eta^2 \left[ \frac{1}{2} + \rho(\tau, \sigma, \varphi_{\text{rel}}) \right] \quad . \quad (\text{B.2})$$

Diese entspricht der Phasenentwicklung des Einzelsolitons plus einem Beitrag  $\eta^2 \rho(\tau, \sigma, \varphi_{\text{rel}})$ , welcher durch die Superposition gegeben ist

$$\rho(\tau, \sigma, \varphi_{\text{rel}}) = \frac{\sum_{k_1} \sum_{k_2} \sum_{k_3} |\delta_{k_1 k_2} \delta_{k_2 k_3} - 1| \left[ \prod_{j=1}^3 \operatorname{sech}(\tilde{k}_j) \right] e^{i(k_1 - k_2 + k_3) \varphi_{\text{rel}}}}{\sum_{k_4} \operatorname{sech}(\tilde{k}_4) e^{ik_4 \varphi_{\text{rel}}}} \quad (\text{B.3})$$

mit den Abkürzungen  $\tilde{k}_i = \eta(\tau + k_i \sigma); i = 1 \dots 4$ . Für relative Phasen  $\varphi_{\text{rel}} = 0, \pi$  konnte numerisch gezeigt werden, dass  $\rho(\tau, \sigma, \varphi_{\text{rel}}) = \rho(\tau + \Delta\tau, \sigma, \varphi_{\text{rel}}); \forall \Delta\tau$ . Mit dieser Voraussetzung ist  $\rho_{\varphi_{\text{rel}}=0, \pi}(\sigma)$  nicht abhängig von  $\tau$  und es ergibt sich die Lösung für inphasige ( $\varphi_{\text{rel}} = 0$ ) und gegenphasige ( $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ ) Solitonenzüge zu

$$u(\xi, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta \operatorname{sech}\{\eta(\tau + k\sigma)\} \exp \left( i \eta^2 \left[ \frac{1}{2} + \rho_{\varphi_{\text{rel}}}(\sigma) \right] \xi + ik\varphi_{\text{rel}} \right) \quad . \quad (\text{B.4})$$

Für große Abstände  $\sigma$  geht  $\rho_{\varphi_{\text{rel}}=0, \pi}(\sigma) \rightarrow 0$  und die Solitonen verhalten sich wie einzelne Solitonen. Auf Grund der Superposition divergiert  $\rho_{\varphi_{\text{rel}}=0}(\sigma)$  bei  $\sigma \rightarrow 0$ .

Für  $\varphi_{\text{rel}} = \pi$  ist  $\rho_{\varphi_{\text{rel}}=\pi}(\sigma) < 0$ . Der Verlauf von  $\Re\{\partial\Phi/\partial\xi\} = 1/2 + \rho_{\varphi_{\text{rel}}=0,\pi}(\sigma)$  nach Gl.(B.3) ist in Abb. (55) im Vergleich mit numerischen Resultaten dargestellt. Interessant ist hier der Fall  $\sigma = \varphi_{\text{rel}} = \pi$  mit  $\rho_{\varphi_{\text{rel}}=\pi}(\pi) = -1/2$ . In diesem Fall

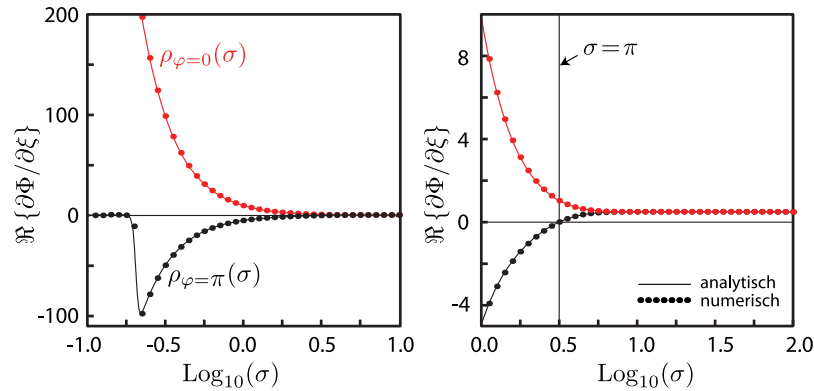


Abbildung 55.: Realteil der Phasenentwicklung  $\partial\Phi/\partial\xi$  für inphasige ( $\varphi_{\text{rel}} = 0$ , rot) und gegenphasige ( $\varphi_{\text{rel}} = \pi$ , schwarz) Solitonenzüge aus fundamentalen Solitonen mit  $\eta = 1$ . Punkte markieren numerische Simulationen.

verschwindet die Phasenentwicklung und wir erhalten eine Lösung der NLSE, die komplett unabhängig von  $\xi$  ist. Mit  $\eta = 1$  ergibt sich

$$u(\xi, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \text{sech}\{\tau + k\pi\} \quad . \quad (\text{B.5})$$

Auch für relative Phasen  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  bleiben die Solitonenzüge in ihrer Form unverändert, jedoch kommt es zu einer zeitlichen Verschiebung während der Ausbreitung. Ursache ist hier der in Abschnitt 2.4.5 behandelte Energieübertrag bei  $\varphi_{\text{rel}} \neq 0, \pi$  zwischen den Solitonen. Während der Ausbreitung vollführen die Solitonen dann scheinbar eine Bewegung im Bezugssystem. In Abb. (56) ist die Ausbreitung des Startimpulses (B.5) und einer Solitonenkette mit  $\sigma = \pi$ ;  $\varphi_{\text{rel}} = \pi/2$  über 16 Solitonenperioden gezeigt.

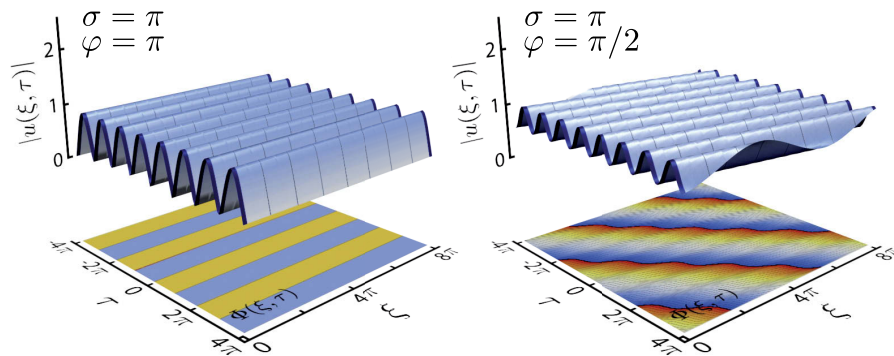


Abbildung 56.: Ausbreitung periodischer Solitonenzüge. Links: Ausbreitung des von  $\xi$  unabhängigen Startimpulses (B.5); rechts: Solitonenzug mit  $\varphi_{\text{rel}} = \pi/2$ . Der Energieübertrag zwischen den Solitonen führt zu einer scheinbaren Bewegung der Solitonen.

## EINFLUSS DER DISPERSION AUF SECH-IMPULSE

Die Ausbreitung eines Gauß-Impulses unter Einfluss der Gruppengeschwindigkeitsdispersion lässt sich analytisch beschreiben durch [6]

$$u(z, T) = \frac{T_0}{\sqrt{T_0^2 - i\beta_2 z(1 + iC)}} \exp \left\{ -\frac{(1 + iC)T^2}{2[T_0^2 - i\beta_2 z(1 + iC)]} \right\} . \quad (C.1)$$

Die dispersive Ausbreitung eines Sech-Impulses unter Wirkung von  $\beta_2$  lässt sich nicht so einfach darstellen. Im Folgenden wird gezeigt, welche charakteristischen Strukturen bei der dispersiven Ausbreitung eines Sech-Impulses auftreten.

Zunächst gilt im Zeit- und Frequenzbereich für Fourier-limitierte Sech-Impulse

$$f(T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left( \frac{T}{T_0} \right) \leftrightarrow f(\omega) = \sqrt{P_0} T_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sech} \left( \frac{\pi T_0 \omega}{2} \right) . \quad (C.2)$$

Nach einer Ausbreitungslänge  $z$  ergibt sich dann für das Spektrum

$$f(\omega, z) = \sqrt{P_0} T_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sech} \left( \frac{\pi T_0 \omega}{2} \right) \cdot \exp \left( i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z \right) . \quad (C.3)$$

Das komplexe Feld im Zeitbereich wird durch die Fourier-Transformierte von  $f(\omega)$  bestimmt

$$f(T, z) = \frac{1}{2} \sqrt{P_0} T_0 \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech} \left( \frac{\pi T_0 \omega}{2} \right) \cdot \exp \left( i \frac{\beta_2}{2} z \omega^2 \right) \cdot \exp(-i\omega T) d\omega . \quad (C.4)$$

Der Phasenterm in (C.4) lässt sich mit  $e^x = 1 + x + x^2/2! + \dots$  folgendermaßen entwickeln

$$\exp \left\{ -i\omega \left( T - \frac{\beta_2}{2} z \omega \right) \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \cdot \left( T - \frac{\beta_2}{2} z \omega \right)^n \omega^n . \quad (C.5)$$

Mit der Substitution  $x = \beta_2 z/2$  erfolgt dann eine Sortierung nach Potenzen von  $\omega$  und nach Abhängigkeit vom spektralen Chirp (also von  $x$ )

$$\begin{aligned} \exp \left\{ -i\omega \left( T - \frac{\beta_2}{2} z \omega \right) \right\} &= 1 + \\ &\quad \frac{-i}{1!} \omega T + \\ &\quad \omega^2 \cdot (ix) + \frac{(-i)^2}{2!} \omega^2 T^2 + \\ &\quad \omega^3 \cdot \left( -\frac{(-i)^2}{2!} 2xT \right) + \frac{(-i)^3}{3!} \omega^3 T^3 + \\ &\quad \omega^4 \cdot \left( \frac{(-i)^2}{2!} x^2 - \frac{(-i)^3}{3!} 3xT^2 \right) + \frac{(-i)^4}{4!} \omega^4 T^4 + \dots \end{aligned} \quad (C.6)$$



Alle chirpunabhängigen Summanden lassen sich zusammenfassen zu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} \omega^k T^k = \exp(-i\omega T) \quad . \quad (C.7)$$

Weiterhin gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\omega) \cdot \omega^{2n-1} d\omega = 0 \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad . \quad (C.8)$$

Damit fallen alle Integrale mit dem Faktor  $\omega^{2n-1}$  im Integranden aus (C.5) weg. Im Phasenterm bleibt übrig

$$\exp\left\{-i\omega\left(T - \frac{\beta_2}{2}z\right)\right\} = \exp(-i\omega T) + \omega^2 \cdot B_2 + \omega^4 \cdot B_4 + \omega^6 \cdot B_6 + \dots \quad . \quad (C.9)$$

Die Koeffizienten  $B_{2n}(T, z)$  ergeben sich aus

$$B_{2n}(T, z) = \sum_{j=n}^{2n-1} (-1)^j \frac{(-i)^j}{j!} x^{2n-j} T^{2(j-n)} \binom{j}{2n-j} \quad . \quad (C.10)$$

Für das komplexe Feld im Zeitbereich folgt dann

$$f(T, z) = \sqrt{P} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{2} \sqrt{P_0} T_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}\left(\frac{\pi T_0 \omega}{2}\right) \omega^{2n} d\omega \quad . \quad (C.11)$$

Mit der Substitution  $\gamma = \pi T_0 \omega / 2$  und  $\omega = 2\gamma / (\pi T_0)$  und  $d\omega = \frac{2}{\pi T_0} d\gamma$  folgt für die chirpabhängigen Integrale

$$I_{2n} = \frac{\sqrt{P_0}}{\pi} B_{2n} \left(\frac{2}{\pi T_0}\right)^{2n} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma \operatorname{sech}(\gamma) \gamma^{2n} \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad . \quad (C.12)$$

Die Integration ergibt dann folgendes

$$I_{2n} \propto \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma \operatorname{sech}(\gamma) \gamma^{2n} = E_n \frac{\pi^{2n+1}}{2^{2n}} \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad , \quad (C.13)$$

wobei  $E_n$  die Euler-Zahlen beschreibt (1,5,61,1385...). Die chirpabhängigen Integrale ergeben sich zu

$$I_{2n} = \sqrt{P_0} B_{2n} \frac{E_n}{T_0^{2n}} \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad . \quad (C.14)$$

Damit ergibt sich das zeitliche komplexe Feld zu

$$f(T, z) = \sqrt{P_0} \left[ \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{T_0^{2n}} B_{2n}(T, z) \right] \quad . \quad (C.15)$$

Die Impulsform des dispersiv verbreiterten Sech-Impulses ist leider nicht analytisch geschlossen darzustellen. Sie ändert sich während der Ausbreitung

signifikant. Im Gegensatz zum Gauß-Impuls gibt es eine charakteristische Länge, bei der typische Strukturen ähnlich der Nullstellen in den Flanken des DM-Solitons auftreten. Um diese Nullstellen, die mit Phasensprüngen um  $\pi$  korreliert sind, zu lokalisieren, wird der gechirpte Sech-Impuls im Frequenzbereich betrachtet. Zur Anwendung kommt das Faltungstheorem, nach dem die Fourier-Transformierte eines Produktes gleich der Faltung der Fourier-Transformierten der einzelnen Faktoren ist. Die spektralen Funktionen  $h(\omega)$  und  $g(\omega, z)$  werden folgendermaßen definiert

$$h(\omega) = \sqrt{P_0 T_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sech} \left( \frac{\pi T_0 \omega}{2} \right) \quad , \quad g(\omega, z) = \exp \left( i \frac{\beta_2}{2} z \omega^2 \right) \quad . \quad (C.16)$$

Es ergibt sich dann mit  $x = \beta_2 z / 2$

$$\begin{aligned} h(T) &= \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left( \frac{T}{T_0} \right) \quad , \\ g(T, z) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \left[ \exp \left( \mp i \frac{T^2}{4x} \right) \pm i \exp \left( \mp i \frac{T^2}{4x} \right) \right] \quad . \end{aligned} \quad (C.17)$$

Das komplexe Feld im Zeitbereich ergibt sich dann aus der Faltung von  $h(T)$  und  $g(T)$

$$f(T, z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_0}{x\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech} \left( \frac{T'}{T_0} \right) \cdot \exp \left\{ \mp i \frac{(T - T')^2}{4x} \right\} dT' \quad . \quad (C.18)$$

Mit der Normierung  $\tau = T/T_0$  folgt

$$f(\tau, z) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\tau') \cdot \exp \left\{ \mp i (\tau - \tau')^2 \cdot \mu(z) \right\} d\tau' \quad , \quad \mu(z) = \frac{T_0^2}{2\beta_2 z} \quad . \quad (C.19)$$

Aus numerischen Untersuchungen ergab sich für den Ort der Nullstellen  $z_{\text{dip}}$  dann

$$\mu(z_{\text{dip}}) = \frac{1}{\pi} \rightarrow z_{\text{dip}} = \frac{\pi T_0^2}{2 |\beta_2|} = \frac{\pi}{2} L_D = z_{\text{Sol}} \quad . \quad (C.20)$$

Die zeitliche Position der Nullstellen  $T_{\text{dip}}$  ergibt sich aus

$$T_{\text{dip}} = \pm \frac{\pi}{2} T_0 \sqrt{8n - 1} \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad . \quad (C.21)$$

Die Leistungseinbrüche treten also interessanterweise für Sech-Impulse nach genau einer Solitonperiode  $z_{\text{Sol}}$  auf. Die Impulsform ist abhängig von  $\mu(z)$  in Abb. 57(a) dargestellt. Die analytische Form des dispersiv ausgebreiteten Sech-Impulses nach einer Solitonperiode  $z_{\text{Sol}}$  kann mit diesen Ergebnissen angegeben werden. Wie bereits aus (C.15) erkennbar, entspricht das zeitliche Feld einer Überlagerung aus einem ungechirpten Sech-Impuls ( $S_1$ ) und einem weiteren gechirpten Anteil ( $S_2$ ). Die Impulsform ist gegeben durch

$$f(T, z_{\text{Sol}}) = \sqrt{P_0} \left[ \underbrace{\operatorname{sech} \left( \frac{T}{T_0} \right) \exp \left( -i \frac{\pi}{4} \right)}_{S_1} + \underbrace{\operatorname{sech} \left( \frac{T}{T_0} \right) \exp \left( -i \frac{T^2}{\pi T_0^2} + i \frac{\pi}{2} \right)}_{S_2} \right] \quad .$$

(C.22)

Interessanterweise hat damit der Phasenterm des zweiten Sech-Anteils den gleichen Chirp wie das Spektrum an diesem Ort:  $C_T = C_\omega = 1/\pi$ . Nur in diesem Fall treten also die Nullstellen auf. Die analytische Form und die Phase des gec chirpten Sech-Impulses aus (C.22) ist in Abb. 57(b) dargestellt. Im Vergleich dazu ist die numerische Simulation zu sehen (schwarz), die in dieser Darstellung identisch mit der analytischen Form ist.

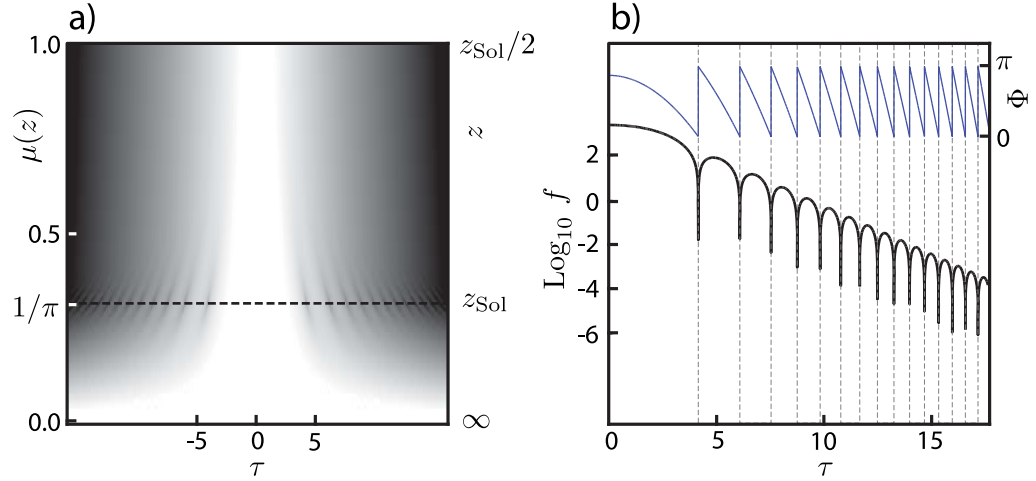


Abbildung 57.: Teilabb.(a): Impulsform des dispersiv verbreiterten Sech-Impulses (Feldbetrag). Bei  $z = z_{\text{Sol}}$  treten Leistungseinbrüche in den Flanken auf. Teilabb.(b): Impulsform nach einer Solitonenperiode (schwarz, berechnet aus (C.19)). Die gestrichelten vertikalen Linien markieren die Position der Nullstellen nach (C.21). Blau ist die zeitliche Phasenfunktion  $\Phi(T, z_{\text{Sol}})$  dargestellt.

Ein weiterer bemerkenswerter Fall tritt auf, wenn man den gec chirpten Anteil  $S_2$  aus (C.22) über die halbe Solitonenperiode  $z_{\text{Sol}}$  in  $-z$ -Richtung ausbreitet. Im Umkehrschluss ergibt dann diese zeitliche Form im Spektrum und damit im Zeitbereich eine Überlagerung zweier konjugiert komplexer Impulse. Die zeitliche Form lässt sich bis auf einen Phasenoffset angeben durch

$$f(T, z_{\text{Sol}}/2) = \sqrt{2}\sqrt{P_0} [S + S^*] \quad . \quad (\text{C.23})$$

mit

$$S = \text{sech}\left(2\frac{T}{T_0}\right) \cdot \exp\left(-i\frac{2T^2}{\pi T_0^2} + i\frac{3}{8}\pi\right) \quad . \quad (\text{C.24})$$

Die zeitliche Phasenfunktion  $\Phi(T, z_{\text{Sol}}/2)$  ist in diesem Fall natürlich glatt bis auf die Phasensprünge in den Nullstellen ähnlich wie beim DM Soliton.

Der Anstieg der Flanken des dispersiv verbreiterten Sech-Impulses bleibt bis  $z = z_{\text{Sol}}$  konstant bis auf die Modulationen durch den zweiten Überlagerungsanteil. Aus der Analyse der Gleichungen (C.22) und (C.23) kann eine analytische Beschreibung der Entwicklung der Flanken des gec chirpten Sech-Impulses abgeleitet werden. Die exakte Impulsform besteht aus mehr als zwei Anteilen. Die Struktur der Flanken lässt sich jedoch mit der Kombination zweier Sech-Impulse

sehr gut modellieren. Mit der auf eine Solitonenperiode  $z_{\text{Sol}}$  normierten Ausbreitungslänge  $z^* = z/z_{\text{Sol}}$  und  $\tau = T/T_0$  lässt sich eine analytische Form für die Flanken eines dispersiv verbreiterten Sech-Impulses angeben

$$f(\tau, z^*) = \sqrt{P_0} \left[ \text{sech}(\tau) \exp\left(-i\frac{\pi z^*}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{z^*}} \text{sech}\left(\frac{\tau}{z^*}\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2\sqrt{z^*}} - i\frac{\tau^2}{z^* \pi}\right) \right] . \quad (\text{C.25})$$

Für  $z^* = 1$  ( $z = z_{\text{Sol}}$ ) geht (C.25) in (C.22) über. Mit zunehmender Abweichung von  $z = z_{\text{Sol}}$  wird die Abweichung der analytischen Form von der numerisch bestimmten im Kern des Impulses immer größer. Die Flanken werden jedoch nahezu exakt beschrieben. In Abbildung 58 sind für zwei Orte sowohl die analytische Phase (blau), die analytische Impulsform (rot) sowie die numerische Phase und Impulsform (grau) dargestellt. In den Flanken sind diese praktisch identisch.

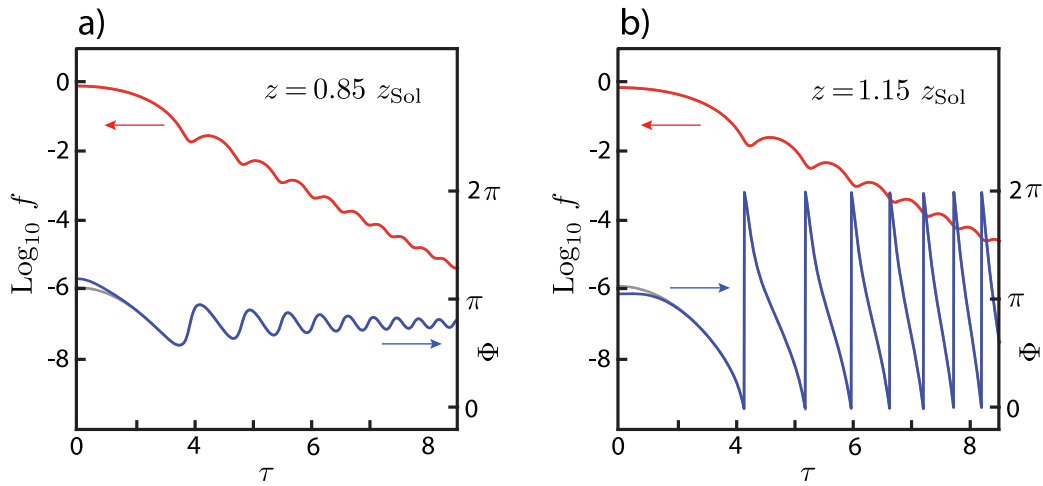


Abbildung 58.: Analytische Impulsform (rot) und Phase (blau) nach Gl.(C.25) sowie die numerisch bestimmte Impulsform und Phase (grau) des Sech-Impulses nach dispersiver Ausbreitung über (a):  $z = 0,85 z_{\text{Sol}}$  und (b):  $z = 1,15 z_{\text{Sol}}$ .



## ZUR IMPULSFORM DES DM-SOLITONS

---

In diesem Kapitel wird ein einfaches Mittelungsverfahren zum Auffinden stationärer Lösungen der DM-NLSE vorgestellt. Weiterhin werden Charakteristika der Impulsform des DM-Solitons analysiert und die mögliche Modellierung des DM-Solitons durch eine Superposition konjugiert komplexer gechirpter Impulse aufgezeigt. Dabei zeigt sich die enge Verbindung zum dispersiv verbreiterten Sech-Impuls, der in Anhang C vorgestellt wurde.

### D.1 VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG STATIONÄRER LÖSUNGEN

Das hier vorgestellte Verfahren besitzt Ähnlichkeit mit dem in [34] beschriebenen Mittelungsverfahren. In [34] wird eine Mittelung der Felder an den chirpfreien Punkten des anomal dispersiven Fasersegments vorgeschlagen. Die hier benutzte Mittelung weicht insofern ab, dass die spektralen Felder an den Faserübergängen benutzt werden. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass drei unterschiedliche Felder zur Mittelung benutzt werden können und die Konvergenz verbessert wird.

Der Startimpuls  $U(\omega_\Delta, z = 0)$  wird über eine Dispersionsperiode ausgebreitet und die spektralen Felder  $U(\omega_\Delta, L^-/2)$ ,  $U^*(\omega_\Delta, L^-/2 + L^+)$  und  $U(\omega_\Delta, L^-/2 + L_{\text{map}})$  gemittelt, wobei die spektrale Phase bei  $\omega_\Delta = 0$  auf null gesetzt wird. Das resultierende Feld wird nach Energieskalierung auf die Eingangsenergie als Startimpuls für die nächste Dispersionsperiode genutzt. Alle dispersiven Anteile, die nicht zur periodischen Lösung gehören, werden auf diese Weise weginterferiert. Die periodische Lösung ist gegenüber dieser Mittelung 'immun'. Die Konvergenz kann über den Vergleich von Ein- und Ausgangsimpuls überprüft werden. Nach ca. 5-10 Dispersionsperioden ist im Normalfall bereits eine typische DM-Solitonen-Struktur zu erkennen. Diese schnelle Konvergenz ist ein großer Vorteil des Verfahrens. Nachteilig ist das Unvermögen dieser Prozedur, die Phasensprünge um  $\pi$  sauber auszukonvergieren. Grund dafür ist, dass diese Mittelung sich nur von einer 'Seite' der periodischen Lösung nähert. Im Gegensatz dazu nutzt der Nijhof-Algorithmus [106] Minima und Maxima in der Ausbreitung zur Mittelung und bewegt sich damit um die exakte Lösung 'herum'.

Wählt man eine beliebige Startverteilung, kann es sein, dass dieser Mittelungsalgorithmus auf quasistabile periodische Lösungen konvergiert. In Abbildung 59 sind zwei Beispiele logarithmisch dargestellt. Diese Impulse zerfallen aber meist nach 30-100 Dispersionsperioden. Offensichtlich gibt es auch instabile stationäre Impulsformen. Diese können mit der Nijhof-Methode jedoch nicht gefunden werden, da dieses Verfahren stabile Impulsformen voraussetzt.



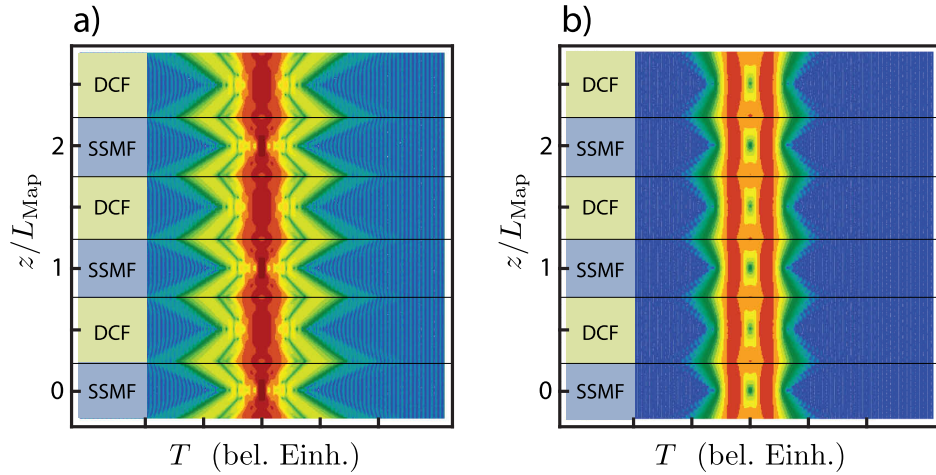


Abbildung 59.: Quasistabile periodische Lösungen aus dem beschriebenen Mittelungsverfahren: Teilabb.(a) Einzelimpulsstruktur; Teilabb.(b) gleichphasige Doppelimpulsstruktur

## D.2 FLANKENSTRUKTUREN DES DM-SOLITONS

In Kapitel 2 wurde bereits kurz auf die Impulsform der DM-Solitonen eingegangen. Typisch für die DM-Solitonen sind oszillierende Flanken mit korrespondierenden Phasensprüngen um  $\pi$  an den Nullstellen des Feldes. Für sehr hohe Modulationsstärken  $S$  folgt die Position der Nullstellen einem quadratischen Abstandsgesetz [85]. Eine einfache und intuitive Beschreibung von DM-Solitonen als Interferenz konjugiert komplexer Gauß-Impulse findet sich in [51]. Werden zwei linear gechirpte Gauß-Impulse überlagert, ergibt sich zwangsläufig eine quadratische Abhängigkeit der Nullstellen der Superposition.

Bei sehr kleinen Modulationsstärken  $S$  treten jedoch keine Nullstellen auf. Mit zunehmendem  $S$  erscheint beim DM-Soliton zunächst eine entartete Nullstelle in der jeweiligen Flanke, die sich dann aufspaltet in zwei Nullstellen. Dabei weist jede Nullstelle einen Phasensprung um  $\pi$  auf. Je stärker die Modulationsstärke wird, umso mehr Nullstellen erscheinen auf diese Weise. Dieses Verhalten kann besser modelliert werden durch die Überlagerung von zwei gechirpten Sech-Impulsen. Die dispersive Verbreiterung, die in Anhang C untersucht wurde, zeigt im Zeitbereich eine Entwicklung der Phase, die sich deutlich von der eines Gauß-Impulses unterscheidet. Während der Kern des Sech-Impulses eine näherungsweise zunehmend parabolische Phasenentwicklung aufweist, treten in den Flanken Phasenmodulationen auf. In einer künstlichen Superposition dieses Impulses mit seinem konjugiert Komplexen gibt es dann einen Punkt, an dem die beiden Phasenfunktionen auf Grund dieser Modulationen eine Phasendifferenz von  $\pi$  aufweisen. Dies kann das Auftreten des ersten Nullstellen bei einem DM-Soliton erklären. In Abb. 60(a) ist eine solche Situation dargestellt. Die blauen gestrichelten Linien markieren die Phasenfunktionen der einzelnen Sech-Impulse  $u$  und  $u^*$ . Die blaue durchgezogene Linie beschreibt die Phasenfunktion der Superposition  $u + u^*$ . Die rote gestrichelte Linie zeigt die Impulsform des einzelnen Sech-Impulses  $u$  und die rote durchgezogene Linie zeigt die

Impulsform der Superposition. In diesem Fall erreicht die Phasendifferenz der beiden erzeugenden Phasenfunktionen an zwei Punkten einen Wert von  $\pi$ . Damit treten an zwei Zeitpunkten Nullstellen in der resultierenden Impulsform auf, die sehr eng beieinander liegen. Die resultierende Phase zeigt den typischen Verlauf wie beim DM-Soliton. Sie ist glatt über den gesamten Bereich bis auf die Phasensprünge um  $\pi$  zum Zeitpunkt des Auftretens der Nullstellen. In

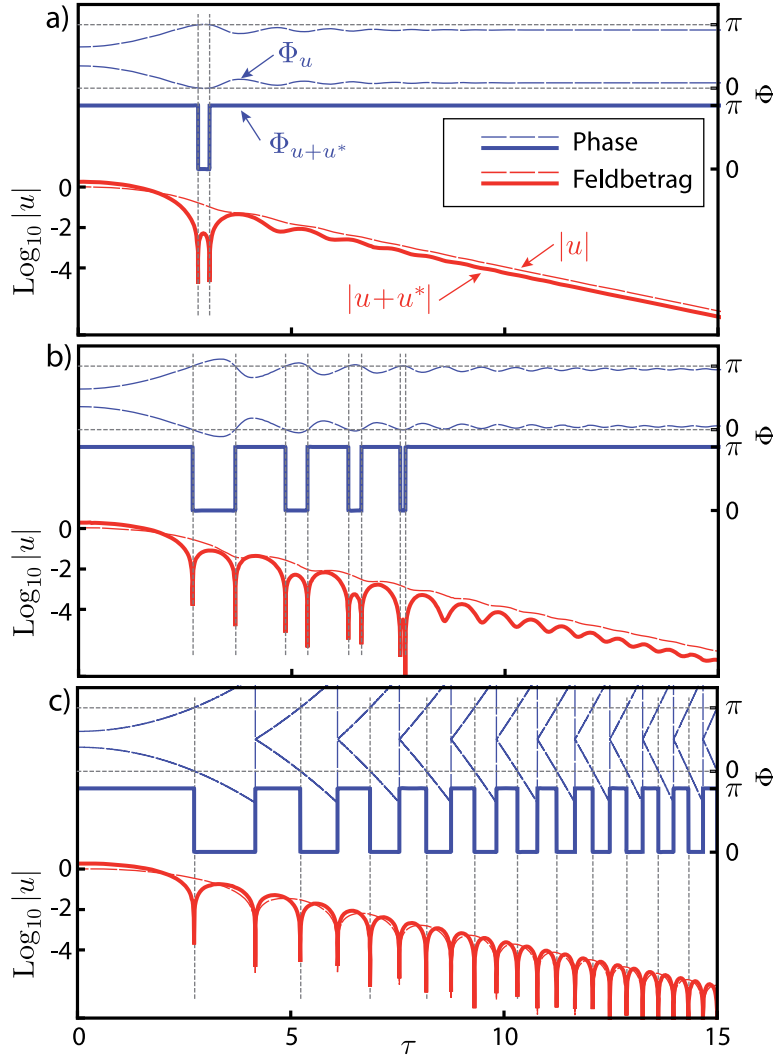


Abbildung 60.: Feldbetrag (rot) und Phase (blau) der Superposition  $u(\xi) + u^*(\xi)$  aus dispersiv verbreiterten Sech-Impulsen am Ort  $\xi$  (durchgezogene Linien). Die Phasenfunktionen und der Feldbetrag der erzeugenden Sech-Impulse  $u(\xi)$  bzw.  $u^*(\xi)$  sind gestrichelt eingezeichnet. Teilabb.a: Impulsformen bei  $\xi = 1,05$ . Teilabb.b: Impulsformen bei  $\xi = 1,25$ . Teilabb.c: Impulsformen bei  $\xi = \pi/2 = \xi_{\text{sol}}$ .

Abb. 60(b) ist die gleiche Situation dargestellt mit dem Unterschied, dass hier der erzeugende Sech-Impuls stärker dispersiv verändert wurde. Man erkennt das Auftreten zusätzlicher Nullstellen in den Flanken auf Grund der stärkeren Modulation der erzeugenden Phasenfunktionen. In Anhang C wurde bereits beschrieben, dass ein einzelner dispersiv verbreiteter Sech-Impuls nur am Ort  $\xi = \xi_{\text{sol}}$  Nullstellen in den Flanken aufweist. Die Superposition mit dem



praktischem Interesse sein. Im Bereich hoher Modulationsstärken  $S$  kann das DM-Soliton sehr gut durch die Superposition von zwei linear gechirpten Impulsen beschrieben werden. Gegenüber dem Gauß-Ansatz lässt sich mit der Form

$$f(T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}^x \left( \frac{T}{x \cdot T_0} \right) [\exp(i\Phi_{\text{SP}}(T)) + \exp(-i\Phi_{\text{SP}}(T))] \quad (\text{D.1})$$

eine genauere Approximation finden. Der Parameter  $x$  macht den Kern des Impulses bei  $x > 1$  zunehmend Gauß-förmig, die exponentiell abfallenden Flanken bleiben erhalten. Die parabolische Phasenfunktion  $\Phi_{\text{SP}}(T) = CT^2/T_0^2 + \varphi_0$  bestimmt dann über den Chirpparameter  $C$  die Position der Nullstellen. Im Experiment könnte ein solcher Ansatz von Vorteil sein, um z.B. mittels eines Impulsformers das stationäre DM-Soliton mit nur 4-5 Parametern zu approximieren. In Abb. 62(a) und (b) sind zwei Beispiele für die Approximation (rot) eines numerisch gefundenen DM-Solitons (schwarz) mit (D.1) gezeigt. In blau ist die Phasenfunktion  $\Phi_{\text{SP}}(T)$  eines Superpositionspartners dargestellt. Bei Phasenwerten von  $(n - 1/2)\pi$  treten die Nullstellen in den Flanken auf.

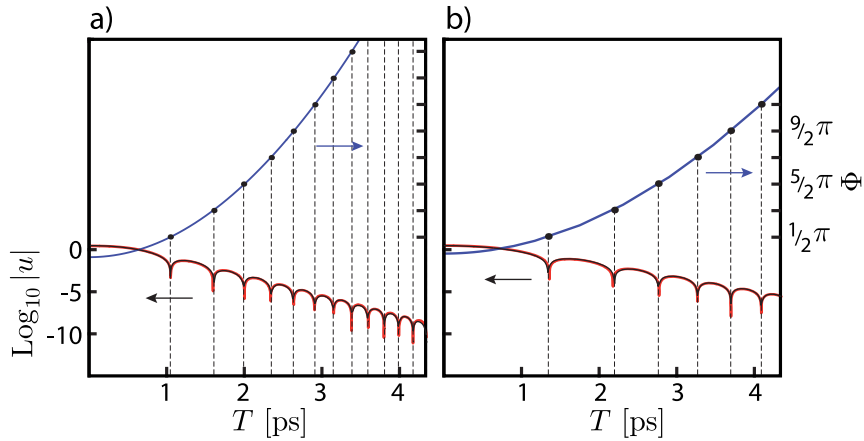


Abbildung 62.: Approximation (rot) numerisch gefundener DM-Solitonen (schwarz) mit Gl.(D.1). In Blau ist die Phasenfunktion  $\Phi(T)$  dargestellt, die die Position der Nullstellen bestimmt. (Parametersatz: Tab.7-PS<sub>5</sub>)



## NORMIERUNGEN, VERWENDETE PARAMETER UND ABKÜRZUNGEN

In diesem Kapitel werden verwendete Normierungen, Impulspaar-Parameter, Impulsparameter sowie die verwendeten DM-Faser-Parametersätze aufgelistet. Im Anschluss finden sich die in dieser Arbeit benutzten Abkürzungen.

### E.1 NORMIERUNGEN

ABSOLUT	NORMIERT	VERKNÜPFUNG
Zeitkoordinate		
$T$	$\tau$	$\tau = T/T_0$
Ortskoordinate		
$z$	$\xi$	$\xi = z/L_D = \frac{z \beta_2 }{T_0^2}$
Spitzenleistung		
$P_0$	$\eta^2$	
Dispersionskoeffizienten		
$\beta_k$	$D_k$	$D_k = -\beta_k/T_0^k$
Referenzfrequenz		
$\omega_0$	0	
Abweichung von der Referenzfrequenz		
$\omega_\Delta$	$\Omega$	$\Omega = \omega_\Delta T_0 = (\omega - \omega_0)T_0$
Mittenfrequenz eines Solitons		
$\langle \omega_\Delta \rangle_u$	$\langle \Omega \rangle_u$	$\langle \Omega \rangle_u = \langle \omega_\Delta \rangle_u T_0$
Raman-Frequenz		
$\omega_{\Delta,R}$	$\Omega_R$	$\Omega_R = \omega_{\Delta,R} T_0$
Raman-Zeitkonstante		
$T_R$	$\tau_R$	$\tau_R = T_R/T_0$

Tabelle 4.: Bezeichnung und Umrechnung wichtiger verwendeter Kenngrößen im dimensionsbehafteten und im normierten System.



## E.2 IMPULS-PARAMETER

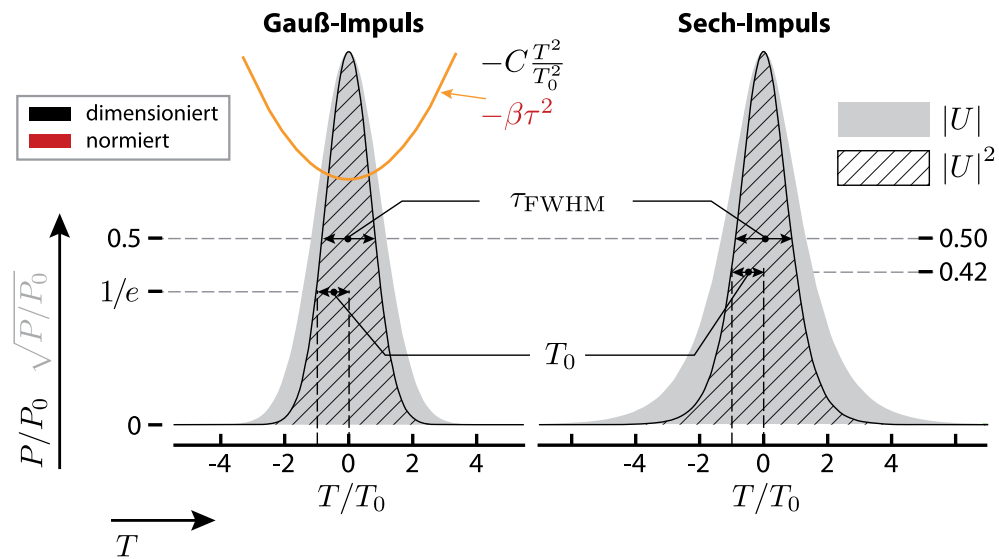


Abbildung 63.: Definitionen der Impulsdauern von Gauß- und Sech-Impulsen und Definition des Chirpparameters C bzw.  $\beta$ .

PARAMETER	GAUSS-IMPULS	SECH-IMPULS
Halbwertsbreite (FWHM) des Leistungsprofils		
$\tau_{\text{FWHM}}$	$2\sqrt{\ln 2} T_0$	$\text{arccosh}(3) T_0$
Halbwertsenergiebreite (FWHE)		
$\tau_{\text{FWHE}}$	$\approx 0,9539 T_0$	$\ln 3 T_0$
Halbwertsbreite des Feldes		
	$2\sqrt{2\ln 2} T_0$	$2\ln(2 + \sqrt{3}) T_0$
Halbwertsbreite (FWHM) des spektralen Leistungsprofils		
$\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	$\sqrt{\ln 2 + \ln 2 C^2}/(\pi T_0)$	$\text{arccosh}(3)/(\pi^2 T_0)$
Impulsdauer-Bandbreite-Produkt (TBP)		
$\Delta\nu_{\text{FWHM}}\tau_{\text{FWHM}}$	$2\ln 2\sqrt{1 + C^2}/\pi$	$(\text{arccosh}(3)/\pi)^2$

Tabelle 5.: Impulsparameter von Gauß- und Sech-Impulsen

### E.3 IMPULSPAAR-PARAMETER

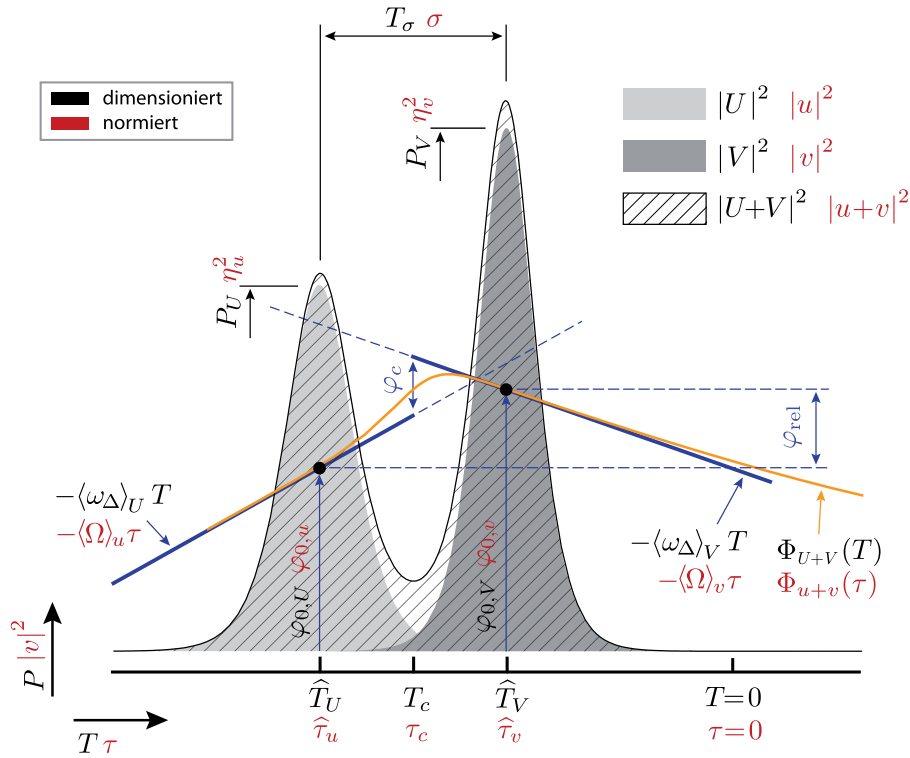


Abbildung 64.: Verwendete Notation der Impulspaar-Parameter im dimensionsbehafteten System (schwarz) und im normierten System (rot).

PAAR-PARAMETER	DIMENSIONIERT	NORMIERT
Spitzenleistungsverhältnis		
$r$	$P_U/P_V$	$\eta_u^2/\eta_v^2$
Differenzfrequenz der Solitonen		
$\Delta \langle \omega_\Delta \rangle$ $\Delta \langle \Omega \rangle$	$\langle \omega_\Delta \rangle_V - \langle \omega_\Delta \rangle_U$	$\langle \Omega \rangle_v - \langle \Omega \rangle_u$
Mittelwert der Solitonenmittenfrequenzen		
$\langle \bar{\omega}_\Delta \rangle$ $\Delta \langle \bar{\Omega} \rangle$	$(\langle \omega_\Delta \rangle_V + \langle \omega_\Delta \rangle_U)/2$	$(\langle \Omega \rangle_v + \langle \Omega \rangle_u)/2$

Tabelle 6.: Weitere verwendete Beziehungen

## E.4 VERWENDETE PARAMETERSÄTZE

PARAMETER		PS <sub>1</sub>	PS <sub>2</sub>	PS <sub>3</sub>	PS <sub>4</sub>	PS <sub>5</sub>
$\beta_2^+$	[ps <sup>2</sup> /km]	3,92	4,307	4,307	62,0	49/99
$\beta_2^-$		−5,59	−5,095	−5,095	−26,0	−51/ − 101
$\bar{\beta}_2$		−1,04	−0,598	−0,598	−2,3	−1,0
$\beta_3^+$	[ps <sup>3</sup> /km]	−	−	0,059	−	−
$\beta_3^-$		−	−	0,077	−	−
$\beta_4^+$	[ps <sup>4</sup> /km]	−	−	$−5,5 \cdot 10^{-4}$	−	−
$\beta_4^-$		−	−	$−2,5 \cdot 10^{-4}$	−	−
$\gamma^+$	[1/(Wm)]	2,01	1,694	1,694	2,819	2,3
$\gamma^-$		2,01	1,694	1,694	0,902	2,3
$\bar{\gamma}$		2,01	1,694	1,694	1,400	2,3
$L^+$	[m]	22,0	22,0	22,0	1,83	10,0
$L^-$		24,0	24,0	24,0	4,97	10,0
$L_{\text{map}}$		46,0	46,0	46,0	6,80	20,0
$S$		3,32	3,33	3,33	2,34	−
$\lambda_0$	[nm]	1550	1539	1539	1595	−
$E_{\text{sol}}$	[pJ]	17,0	13,5	13,5	68,0	9,0
$T_0$	[fs]	154	153	153	190	−
$\tau_{\text{FWHM}}$		257	255	255	317	−
$T_R$	[fs]	−	−	5,8	−	−

Tabelle 7.: Verwendete DM-Faser- und Impulsparametersätze (PS).

## E.5 ABKÜRZUNGEN

ABKÜRZUNG	ENGLISCH	DEUTSCH
AB	Akhmediev breather	Akhmediev-Breather
CFP	chirp-free point	chirpfreier Punkt
DCF	dispersion compensating fiber	Dispersions-kompensierende Faser
DM	dispersion management	Dispersionsmanagement
GNLSE	generalized nonlinear Schrödinger equation	erweiterte nichtlineare Schrödingergleichung
FROG	frequency-resolved optical gating	frequenzaufgelöstes optisches Schalten
FWHE	full width at half energy	volle Breite bei halber Energie
FWHM	full width at half maximum	volle Breite bei halber Maximalleistung
FWM	four-wave mixing	Vierwellenmischung
GVD	group-velocity dispersion	Dispersion der Gruppengeschwindigkeit
IAC	intensity autocorrelation	Intensitäts-Autokorrelation
IDF	invers dispersive fiber	invers dispersive Faser
ISF	inter soliton force	Inter-Soliton-Kraft
IST	inverse scattering transform	Inverse Streutransformation
MI	modulation instability	Modulationsinstabilität
NLSE	nonlinear Schrödinger equation	Nichtlineare Schrödingergleichung
PS	Peregrine soliton	Peregrine-Soliton
RSFS	Raman self-frequency shift	Raman-Selbstfrequenzverschiebung
SHG	second-harmonic generation	Frequenzverdoppelung
SPM	self-phase modulation	Selbstphasenmodulation
SRBA	soliton-radiation beat analysis	
SRS	stimulated raman scattering	stimulierte Ramanstreuung
SSMF	standard single mode fiber	Standard-Singlemode-Faser
SVEA	slowly varying envelope approximation	
TOD	third-order dispersion	Dispersion dritter Ordnung
VAMPIRE	very advanced method for phase and intensity retrieval of e-fields	
WDM	wavelength-division multiplexing	Wellenlängen-Multiplex-Verfahren

Tabelle 8.: Verwendete Akronyme und Abkürzungen



## LISTE DER PUBLIKATIONEN

---

### BEITRÄGE IN ZEITSCHRIFTEN

- [V1] **A. Hause**, H. Hartwig, B. Seifert, H. Stolz, M. Böhm und F. Mitschke  
'Phase structure of soliton molecules'  
Physical Review A **75**, 063836 (2007)
- [V2] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm und F. Mitschke  
'Binding mechanism of temporal soliton molecules'  
Physical Review A **78**, 063817 (2008)
- [V3] **A. Hause** und F. Mitschke  
'Reduced soliton interaction by Raman self-frequency shift'  
Physical Review A **80**, 063824 (2009)
- [V4] H. Hartwig, M. Böhm, **A. Hause** und F. Mitschke  
'Slow oscillations of dispersion-managed solitons'  
Physical Review A **81**, 033810 (2010)
- [V5] B. Seifert, **A. Hause** und F. Mitschke  
'A fibre Mach-Zehnder interferometer for the unique phase retrieval of ultrafast pulses with a 1 THz gap'  
Applied Physics B **99**, 423 (2010)
- [V6] **A. Hause**, Tr. X. Tran, F. Biancalana, A. Podlipensky, Ph. St. J. Russell und F. Mitschke  
'Understanding Raman-shifting multipeak states in photonic crystal fibers: two convergent approaches'  
Optics Letters **35**, 2167 (2010)
- [V7] **A. Hause** und F. Mitschke  
'Soliton trains in motion'  
Physical Review A **82**, 043838 (2010)
- [V8] **A. Hause**, H. Hartwig und F. Mitschke  
'Self-similar interaction of slowly oscillating dispersion-managed solitons'  
Physical Review A **82**, 053833 (2010)



## BEGUTACHTETE KONFERENZBEITRÄGE

- [K1] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Temporal soliton molecules: experimentally determined phase profiles'*  
 CLEO 2007, QWB2, Baltimore/MD (USA), Mai 2007, Vortrag
- [K2] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Temporal soliton molecules: experimentally determined phase profiles'*  
 IQEC 2007, IE6.5, München (D), Juni 2007, Vortrag
- [K3] H. Hartwig, **A. Hause**, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Measurement of the phase and amplitude profile of temporal soliton molecules'*  
 NP 2007, NThC6, Quebec (Canada), September 2007, Vortrag
- [K4] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Soliton molecules: phase profiles and binding mechanism'*  
 CLEO 2008, QMK2, San Jose/CA (USA), Mai 2008, Vortrag
- [K5] **A. Hause**, H. Hartwig, Ch. Mahnke, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Soliton Interaction in Dispersion-Managed Fibers: Formation of the Soliton Molecule'*  
 CLEO 2009, IME3, Baltimore/MD (USA), Juni 2009, Vortrag
- [K6] H. Hartwig, M. Böhm, **A. Hause**, F. Mitschke  
*'Long-Period Oscillations of Dispersion Managed Solitons'*  
 CLEO 2009, JWA125, Baltimore/MD (USA), Juni 2009, Poster
- [K7] **A. Hause**, H. Hartwig, Ch. Mahnke, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Solitons in Dispersion-Managed Fibers: Bond of the Soliton Molecule'*  
 IQEC 2009, EF3.4, München (D), Juni 2009, Vortrag
- [K8] H. Hartwig, M. Böhm, **A. Hause**, F. Mitschke  
*'Long-Period Oscillations and Soliton Content of Dispersion-Managed Solitons'*  
 IQEC 2009, EF3.5, München (D), Juni 2009, Vortrag
- [K9] **A. Hause**, H. Hartwig, F. Mitschke  
*'Self-similar interaction of slowly oscillating dispersion-managed solitons'*  
 NP 2010, NME10, Karlsruhe (D), Juni 2010, Poster
- [K10] **A. Hause**, F. Mitschke  
*'Stable Soliton Pairs In The Presence Of Raman Shift'*  
 NP 2010, NMC2, Karlsruhe (D), Juni 2010, Vortrag

- [K11] **A. Hause**, B. Seifert, F. Mitschke  
*'Unique Phase Retrieval of Ultrashort Optical Pulses with Well-Separated Frequency Components'*  
 ECOC/CLEO-Focus 2010, Tu.5.E.1, Turin (I), September 2010, Vortrag
- [K12] **A. Hause**, P. Rohrmann, H. Hartwig, F. Mitschke  
*'Experimental observation of Raman-shifting soliton pairs'*  
 CLEO 2011, JThB56, Baltimore/MD (USA), Mai 2011, Poster
- [K13] P. Rohrmann, H. Hartwig, **A. Hause**, F. Mitschke  
*'A strategy to experimentally find bound states of dispersion managed solitons'*  
 CLEO 2011, JThB59, Baltimore/MD (USA), Mai 2011, Poster
- [K14] **A. Hause**, P. Rohrmann, H. Hartwig, F. Mitschke  
*'Experimental observation of Raman-shifting soliton pairs'*  
 CLEO-Europe/EQEC 2011, EF3.4, München (D), Mai 2011, Vortrag
- [K15] P. Rohrmann, H. Hartwig, **A. Hause**, F. Mitschke  
*'A novel strategy to experimentally find bound states of solitons'*  
 CLEO-Europe/EQEC 2011, EH3.2, München (D), Mai 2011, Vortrag

## WEITERE KONFERENZBEITRÄGE

- [K16] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Solitonenmoleküle in dispersionsalternierenden Glasfasern: Phasensensitive Charakterisierung'*  
 DPG 2007, Q58.1, Düsseldorf (D), März 2007, Vortrag
- [K17] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Bindungsmechanismus von Solitonenmolekülen in dispersionsalternierenden Glasfasern'*  
 DPG 2008, Q16.3, Darmstadt (D), März 2008, Vortrag
- [K18] H. Hartwig, **A. Hause**, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Oszillationen und Solitonengehalt von Impulsen in Glasfasern mit alternierender Dispersion'*  
 DPG 2009, Q62.4, Hamburg (D), März 2009, Vortrag
- [K19] **A. Hause**, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke  
*'Wechselwirkung von Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern: Bildung des Solitonenmoleküls'*  
 DPG 2009, Q62.5, Hamburg (D), März 2009, Vortrag

[K20] **A. Hause**, B. Seifert, P. Rohrmann, F. Mitschke  
*'Eindeutige Phasenrekonstruktion von ultrakurzen Pulsen  
mit spektralen Lücken'*  
DPG 2010, Q48.1, Hannover (D), März 2010, Vortrag

[K21] **A. Hause**, F. Mitschke  
*'Reduzierte Solitonen-Wechselwirkung unter Einfluss des Raman-Effekts'*  
DPG 2010, Q53.3, Hannover (D), März 2010, Vortrag

[K22] **A. Hause**, H. Hartwig, F. Mitschke  
*'Selbstähnliche Wechselwirkung von Solitonen in  
dispersionsalternierenden Glasfasern'*  
DPG 2010, Q53.5, Hannover (D), März 2010, Vortrag

[K23] **A. Hause**, P. Rohrmann, H. Hartwig, F. Mitschke  
*'Multisolitonen unter Einfluss des Raman-Effekts'*  
DPG 2010, Q8.5, Dresden (D), März 2011, Vortrag

[K24] P. Rohrmann, H. Hartwig, **A. Hause**, F. Mitschke  
*'Strategie zum Finden stabiler Solitonenzustände  
bei der Propagation in Glasfasern'*  
DPG 2010, Q8.10, Dresden (D), März 2011, Vortrag

## TAGUNGSKÜRZEL

---

CLEO	Conference on Lasers and Electro-Optics
CLEO/Europe	European Conference on Lasers and Electro-Optics
ECOC	European Conference on Optical Communication
EQEC	European Quantum Electronics Conference
IQEC	International Quantum Electronics Conference
NP	Nonlinear Photonics
QELS	Quantum Electronics and Laser Science
DPG	Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft

---

## LITERATUR- UND QUELLENVERZEICHNIS

---

- [1] A. Abeeluck and C. Headley. Continuous-wave pumping in the anomalous- and normal-dispersion regimes of nonlinear fibers for supercontinuum generation. *Opt. Lett.*, 30:61–63, 2005.
- [2] M. J. Ablowitz and H. Segur. *Solitons and the Inverse Scattering Transform*. Cambridge University Press, 1981.
- [3] M. J. Ablowitz, T. Hirooka, and T. Inoue. Higher-order asymptotic analysis of dispersion-managed transmission systems: solutions and their characteristics. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19:2876, 2002.
- [4] V. V. Afanasjev and N. Akhmediev. Soliton interaction and bound states in amplified-damped fiber systems. *Opt. Lett.*, 20:1970, 1995.
- [5] V. V. Afanasjev and N. Akhmediev. Soliton interaction in nonequilibrium dynamical systems. *Phys. Rev. E*, 53:6471, 1996.
- [6] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 4th edition, 2007.
- [7] G. P. Agrawal and R. W. Boyd. *Contemporary Nonlinear Optics*. Academic Press, 1992.
- [8] G.P. Agrawal. *Fiber-Optic Communication Systems, 3rd Edition*. Wiley, New York, 2002.
- [9] N. Akhmediev and A. Ankiewicz. *Dissipative Solitons: From Optics to Biology and Medicine*. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- [10] N. Akhmediev and V. I. Korneev. Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *Theor. Math. Phys. (USSR)*, 69:1089–1093, 1986.
- [11] N. Akhmediev, W. Krolikowski, and A. J. Lowery. Influence of the Raman effect on solitons in optical fibers. *Opt. Comm.*, 131:260, 1996.
- [12] N. N. Akhmediev and A. Ankiewicz. Multisoliton solutions of the complex Ginzburg-Landau equation. *Phys. Rev. Lett.*, 79:4047, 1997.
- [13] U. Al Khawaja. Stability and dynamics of two-soliton molecules. *Phys. Rev. E*, 81:056603, 2010.
- [14] I. Amat-Roldán, I. G. Walmsley, P. Loza-Alvarez, and D. Artigas. Measurement of electric field by interferometric spectral trace observation. *Opt. Lett.*, 30:1063–1065, 2005.
- [15] D. Anderson and M. Lisak. Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals. *Opt. Lett.*, 9:468–470, 1984.

- [16] D. Anderson and M. Lisak. Bandwidth limits due to mutual pulse interaction in optical soliton communication systems. *Opt. Lett.*, 11:174–176, 1986.
- [17] P. Anninos, S. Oliveira, and R. A. Matzner. Fractal structures in the scalar  $\lambda(\phi^2 - 1)^2$  theory. *Phys. Rev. D*, 44:1147, 1991.
- [18] Anritsu EMEA Ltd. <http://www.anritsu.com/>.
- [19] Mira OPO advanced linear CTA. APE GmbH., Berlin, Deutschland. <http://www.ape-berlin.de>.
- [20] J. M. Arnold. Stability theory for periodic pulse train solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 52: 123–140, 1993.
- [21] Y. Asao and A. Maruta. Cutoff and Leakage Properties of Bi-Soliton and Its Existent Parameter Range. In *Nonlinear Guided Waves and Their Applications*, number ThA4. Optical Society of America, 2005.
- [22] A. K. Atieh, P. Myslinski, J. Chrostowski, and P. Galko. Measuring the Raman time constant for soliton pulses in standard single-mode fiber. *J. of. Lightwave Technol.*, 17:216, 1999.
- [23] D.R. Austin, T. Witting, and I. G. Walmsley. Resolution of the relative phase ambiguity in spectral shearing interferometry of ultrashort pulses. *Opt. Lett.*, 35:1971–1973, 2010.
- [24] B. G. Bale and J. N. Kutz. Analytic theory of parabolic pulses in dissipative systems with rapidly varying mean-zero dispersion. *Phys. Rev. E.*, 79: 046602, 2009.
- [25] C. N. Bapat, S. Sankar, and N. Popplewell. Repeated impacts on a sinusoidally vibrating table reappraised. *Journal of Sound and Vibration*, 108: 99–115, 1986.
- [26] M. Böhm, M. Tasche, B. Seifert, and F. Mitschke. Trim-to-coherence Fourier transform. *J. Comput. Phys.*, 228:2906–2917, 2009.
- [27] K. J. Blow and D. Wood. Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 25: 2665–2673, 1989.
- [28] G. Boffetta and A. R. Osborne. Computation of the direct scattering transform for the nonlinear Schrödinger equation. *Journal of Computational Physics*, 102:252–264, 1991.
- [29] M. Böhm and F. Mitschke. Soliton-radiation beat analysis. *Phys. Rev. E.*, 73:066615, 2006.
- [30] Bronstein, Semendjajew, Musiol, and Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harry Deutsch, 1999.

- [31] Cambridge Research & Instrumentation, Inc. <http://www.cri-inc.com/>.
- [32] *SLM-128 D User's Manual Rev. 1.5*. Cambridge Research & Instrumentation, Inc. <http://www.cri-inc.com/>.
- [33] A.-D. Capobianco, G. Nalesso, A. Tonello, F. Consolandi, C. de Angelis, and F. Gringoli. Noise evolution and soliton internal modes in dispersion-managed fiber systems. *Opt. Lett.*, 28:1754–1756, 2003.
- [34] P. Y. P. Chen, P. L. Chu, and B. A. Malomed. An iterative numerical method for dispersion-managed solitons. *Opt. Commun.*, 245:425–435, 2005.
- [35] *MIRA 900-F*. Coherent Inc., Santa Clara, USA. <http://www.coherent.com/>.
- [36] A. Demircan and U. Bandelow. Supercontinuum generation by the modulation instability. *Opt. Commun.*, 244:181–185, 2005.
- [37] S. V. Dmitriev and T. Shigenari. Short-lived two-soliton bound states in weakly perturbed nonlinear Schrödinger equation. *Chaos*, 12:324, 2002.
- [38] S. V. Dmitriev, Y. S. Kivshar, and T. Shigenari. Fractal structure and multiparticle effects in soliton scattering. *Phys. Rev. E.*, 64:056613, 2001.
- [39] S. V. Dmitriev, D. A. Semagin, A. A. Sukhorukov, and T. Shigenari. Chaotic character of two-soliton collisions in the weakly perturbed nonlinear Schrödinger equation. *Phys. Rev. E.*, 66:046609, 2002.
- [40] S. V. Dmitriev, P. G. Kevrekidis, and Y. S. Kivshar. Radiationless energy exchange in three-soliton collisions. *Phys. Rev. E.*, 78:046604, 2008.
- [41] N. J. Doran and K. J. Blow. Solitons in optical communications. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 19:1883, 1983.
- [42] R. Driben, F. Mitschke, and N. Zhavoronkov. Cascaded interactions between Raman induced solitons and dispersive waves in photonic crystal fibers at the advanced stage of supercontinuum generation. *Opt. Expr.*, 18:25993–25998, 2010.
- [43] J. M. Dudley, G. Genty, and S. Coen. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Rev. Mod. Phys.*, 78:1135, 2006.
- [44] J. M. Dudley, C. Finot, D. J. Richardson, and G. Millot. Self-similarity in ultrafast nonlinear optics. *Nature Physics*, 3:597–603, 2007.
- [45] J. M. Dudley, G. Genty, and B. J. Eggleton. Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation. *Opt. Expr.*, 16:3644–3651, 2008.
- [46] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, and N. Akhmediev. Modulation instability, Akhmediev breathers and continuous wave supercontinuum generation. *Opt. Expr.*, 17:21497–21508, 2009.

- [47] J. R. Taylor (Ed.). *Optical Solitons – Theory and Experiment*. Cambridge University Press, 1992.
- [48] M. Erkintalo, G. Genty, and J. M. Dudley. Giant dispersive wave generation through soliton collision. *Opt. Lett.*, 35:658–660, 2010.
- [49] I. R. Gabitov and S. K. Turitsyn. Averaged pulse dynamics in a cascaded transmission system with passive dispersion compensation. *Opt. Lett.*, 21: 327–329, 1996.
- [50] L. Gagnon and P. A. Bélanger. Soliton self-frequency shift versus galilean-like symmetry. *Opt. Lett.*, 15:466, 1990.
- [51] A. Gajadharsingh and P.-A. Bélanger. Dispersion management in the zero-average dispersion regime as the interference of complex-conjugate pulses. *Opt. Commun.*, 241:377–389, 2004.
- [52] R. H. Goodman and R. Haberman. Chaotic scattering and the n-bounce resonance in solitary-wave interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 98:104103, 2007.
- [53] A. V. Gorbach and D. V. Skryabin. Theory of radiation trapping by the accelerating solitons in optical fibers. *Phys. Rev. A*, 76:053803, 2007.
- [54] J. P. Gordon. Interaction forces among solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 8:596–598, 1983.
- [55] J. P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 11: 662–664, 1986.
- [56] B. Gross and J. T. Manassah. Supercontinuum in the anomalous group-velocity dispersion region. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9:1813–1818, 1992.
- [57] J. Guckenheimer and P. Holmes. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag, New York, 1983.
- [58] I. Hartl, X. D. Li, C. Chudoba, R. K. Ghanta, T. H. Ko, J. G. Fujimoto, J. K. Ranka, and R. S. Windeler. Ultrahigh-resolution optical coherence tomography using continuum generation in an air-silica microstructure optical fiber. *Opt. Lett.*, 26:608–610, 2001.
- [59] H. Hartwig. *Zur Dynamik von nichtlinearen optischen Impulsen und Impulsstrukturen in Glasfasern mit alternierender Dispersion*. Dissertation, Universität Rostock, Deutschland, 2010.
- [60] Haldor Hartwig. Moleküle aus optischen Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2006.
- [61] A. Hasegawa. *Massive WDM and TDM Soliton Transmission Systems*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [62] A. Hasegawa and F. Tappert. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 23:142, 1973.



- [63] Alexander Hause. Phasensensitive Charakterisierung von Verbundzuständen optischer Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2006.
- [64] J. Herrmann, U. Griebner, N. Zhavoronkov, A. Husakou, D. Nickel, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, P. St. J. Russell, and G. Korn. Experimental evidence for supercontinuum generation by fission of higher-order solitons in photonic fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 88:173901, 2002.
- [65] P. J. Holmes. The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table. *Journal of Sound and Vibration*, 84:173–189, 1982.
- [66] D. Hundertmark and Y.-R. Lee. Decay estimates and smoothness for solutions of the dispersion managed nonlinear Schrödinger equation. *Communications in Mathematical Physics*, 286:851–873, 2008.
- [67] S. Hunklinger. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 2009.
- [68] A. V. Husakou and J. Herrmann. Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 87: 203901, 2001.
- [69] C. Iaconis and I. A. Walmsley. Spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction of ultrashort optical pulses. *Opt. Lett.*, 23: 792–794, 1998.
- [70] F. Ö. Ilday, J. R. Buckley, W. G. Clark, and F. W. Wise. Self-similar evolution of parabolic pulses in a laser. *Phys. Rev. Lett.*, 92:213902, 2004.
- [71] R. K. Jackson and Ch. K. R. T. Jones and V. Zharnitsky. Dispersion-managed solitons via an averaged variational principle. *Physica D*, 190: 63–77, 2004.
- [72] D.J. Kane. Real-time measurement of ultrashort laser pulses using principal component generalized projections. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 4:278–284, 1998.
- [73] V. I. Karpman and V. V. Solov'ev. A perturbational approach to the two-soliton systems. *Physica D*, 3:487, 1981.
- [74] Y. V. Kartashov, V. A. Vysloukh, E. Marti-Panameno, D. Artigas, and L. Torner. Dispersion-managed cnoidal pulse trains. *Phys. Rev. E.*, 68: 026613, 2003.
- [75] D. Keusters, H.-S. Tan, P. O'Shea, E. Zeek, R. Trebino, and W. S. Warren. Relative-phase ambiguities in measurements of ultrashort pulses with well-separated multiple frequency components. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20: 2226–2237, 2003.
- [76] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, G. Genty, N. Akhmediev, and J.M. Dudley. The Peregrine soliton in nonlinear fiber optics. *Nature Physics*, 6:790–795, 2010.

- [77] Y. S. Kivshar and G. P. Agrawal. *Optical solitons: from fibers to photonic crystals*. Academic Press, 2003.
- [78] Y. S. Kivshar, D. E. Pelinovsky, T. Cretegny, and M. Peyrard. Internal modes of solitary waves. *Phys. Rev. Lett.*, 80:5032–5035, 1998.
- [79] S. G. Evangelides L. F. Mollenauer, J. P. Gordon. The sliding-frequency guiding filter: an improved form of soliton jitter control. *Opt. Lett.*, 17:1575, 1992.
- [80] T. I. Lakoba. Non-integrability of equations governing pulse propagation in dispersion-managed optical fibers. *Phys. Lett. A*, 260:68–77, 1999.
- [81] Q. Lin and G. P. Agrawal. Raman response function for silica fibers. *Opt. Lett.*, 31:3086, 2006.
- [82] F. Luan, D. V. Skryabin, A. V. Yulin, and J. C. Knight. Energy exchange between colliding solitons in photonic crystal fibers. *Opt. Expr.*, 14:9844–9853, 2006.
- [83] P. M. Lushnikov. Dispersion-managed soliton in optical fibers with zero average dispersion. *Opt. Lett.*, 25:1144–1146, 2000.
- [84] P. M. Lushnikov. Dispersion-managed soliton in a strong dispersion map limit. *Opt. Lett.*, 26:1535–1537, 2001.
- [85] P. M. Lushnikov. Oscillating tails of a dispersion-managed soliton. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21:1913–1918, 2004.
- [86] Christoph Mahnke. Untersuchungen zur Ausbreitung von Solitonmolekülen in einer Glasfaserstrecke. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2009.
- [87] B. A. Malomed. Bound solitons in the nonlinear Schrödinger - Ginzburg-Landau equation. *Phys. Rev. A*, 44:6954, 1991.
- [88] A. Maruta and Y. Yoshika. Family of multi-hump solitons propagating in dispersion-managed optical fiber transmission system and their existent parameter ranges. *Eur. Phys. J. Special Top.*, 173:139–145, 2009.
- [89] A. Maruta, T. Inoue, Y. Nonaka, and Y. Yoshika. Bisoliton propagating in dispersion-managed system and its application to high-speed and long-haul optical transmission. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 8:640–650, 2002.
- [90] Mathematica 4.2 - Mathematica 8.0, Wolfram Research. <http://www.wolfram.com/>.
- [91] S. B. Medvedev, O. V. Shtyrina, S. L. Musher, and M. P. Fedoruk. Path-averaged optical soliton in double-periodic dispersion-managed systems. *Phys. Rev. E*, 66:066607, 2006.
- [92] C. R. Menyuk. Origin of solitons in the 'real' world. *Phys. Rev. A*, 33:4367, 1985.

- [93] C. R. Menyuk. Soliton robustness in optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10: 1585, 1993.
- [94] C. R. Menyuk, P. K. A. Wai, H. H. Chen, and Y. C. Lee. Hamiltonian deformations of integrable, nonlinear field equations (with applications to optical fibers). In *4th Conf. Appl. Math. and Comp.*, pages 373–386, 1987.
- [95] D. Meschede. *Optik, Licht und Laser*. B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005.
- [96] F. Mitschke. *Glasfasern – Physik und Technologie*. Springer-Verlag, Heidelberg, 2005.
- [97] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Discovery of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 11:659–661, 1986.
- [98] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 12:355–357, 1987.
- [99] L. F. Mollenauer and J. P. Gordon. *Solitons in Optical Fibers: Fundamentals and Applications*. Academic Press, 2006.
- [100] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 45:1095, 1980.
- [101] K. Nakkeeran. An exact soliton solution for an averaged dispersion-managed fibre system equation. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 34:5111–5115, 2001.
- [102] National Instruments. <http://www.ni.com/labview/>.
- [103] C. M. Ngabireng and P. Tchofo Dinda. Radiating and nonradiating dispersion-managed solitons. *Opt. Lett.*, 30:595–597, 2005.
- [104] J. H. B. Nijhof, N. J. Doran, W. Forysiak, and F. M. Knox. Stable soliton-like propagation in dispersion managed systems with net anomalous, zero and normal dispersion. *Electron. Lett.*, 33:1726–1727, 1997.
- [105] J. H. B. Nijhof, W. Forysiak, and N. J. Doran. Dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime: a physical interpretation. *Opt. Lett.*, 23: 1674–1676, 1998.
- [106] J. H. B. Nijhof, W. Forysiak, and N. J. Doran. The averaging method for finding exactly periodic dispersion-managed solitons. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 5:330, 2000.
- [107] R. Noé. *Essentials of Modern Optical Fiber Communication*. Springer Verlag, Berlin, 2010.
- [108] OFS. TrueWave SRS Ocean Fiber, data sheet, 2007. <http://www.ofsoptics.com/fiber/>.

- [109] C. Paré and P.-A. Bélanger. Antisymmetric soliton in a dispersion-managed system. *Opt. Commun.*, 168:103–109, 1999.
- [110] D. E. Pelinovsky. Instabilities of dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime. *Phys. Rev. E.*, 62:4283–4293, 2000.
- [111] D. E. Pelinovsky and J. Yang. Parametric resonance and radiative decay of dispersion-managed solitons. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 64:1360–1382, 2004.
- [112] D. E. Pelinovsky and V. Zharnitsky. Averaging of dispersion-managed solitons: Existence and stability. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 63:745–776, 2003.
- [113] D. E. Pelinovsky, Y. S. Kivshar, and V. V. Afanasjev. Internal modes of envelope solitons. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 116:121 – 142, 1998.
- [114] D. H. Peregrine. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions. *Journal of the Australian Mathematical Society*, 25:16–43, 1983.
- [115] A. Podlipensky, P. Szarniak, N. Y. Joly, C. G. Poulton, and P. St. J. Russell. Bound soliton pairs in photonic crystal fiber. *Opt. Exp.*, 15:1653–1662, 2007.
- [116] A. Podlipensky, P. Szarniak, N. Y. Joly, and P. St. J. Russell. Anomalous pulse breakup in small-core photonic crystal fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 25:2049, 2008.
- [117] K. Porsezian and V. C. Kuriakose. *Optical solitons: theoretical and experimental challenges*. Springer Verlag, Berlin, 2002.
- [118] Philipp Rohrmann. Experimentelle Untersuchung der Phasendynamik von Solitonenmolekülen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2010.
- [119] P. St. J. Russell. Photonic crystal fibers. *Science*, 299:358–362, 2003.
- [120] P. St. J. Russell. Photonic crystal fibers. *J. Lightw. Technol.*, 24:4729–4749, 2006.
- [121] T. Schäfer. *Der Einfluss von Dispersionskompensation auf Solitonen in optischen Übertragungsstrecken*. Dissertation, Universität Düsseldorf, Deutschland, 2001.
- [122] D. Schrader. Explicit calculation of n-soliton solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 31:2221, 1995.
- [123] S. Sears, M. Soljacic, M. Segev, D. Krylov, and K. Bergman. Cantor set fractals from solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 84:1902, 2000.
- [124] B. Seifert. *Phasensensitive Charakterisierung von klassischem und nichtklassischem Licht*. Dissertation, Universität Rostock, Deutschland, 2004.
- [125] B. Seifert and H. Stolz. A method for unique phase retrieval of ultrafast optical fields. *Measurement Science and Technology*, 20:015303, 2009.

- [126] B. Seifert, H. Stolz, and M. Tasche. Nontrivial ambiguities for blind frequency-resolved optical gating and the problem of uniqueness. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21:1089, 2004.
- [127] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell Syst. Tech. J.*, 27:379 und 623, 1948.
- [128] S. N. Sivanandam and S. N. Deepa. *Introduction to Genetic Algorithms*. Springer Verlag, Berlin, 2008.
- [129] M. Soljacic, M. Segev, and C. R. Menyuk. Self-similarity and fractals in soliton supporting systems. *Phys. Rev. E.*, 61:R1048, 2000.
- [130] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and P. Jalali. Optical rogue waves. *Nature*, 45:1054–1057, 2007.
- [131] R. Stolen and J. Bjorkholm. Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers. *IEEE J. of Quantum Electron.*, 18:1062–1072, 1982.
- [132] R. H. Stolen, C. Lee, and R. K. Jain. Development of the stimulated Raman spectrum in single-mode silica fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1:652, 1984.
- [133] M. Stratmann, T. Pagel, and F. Mitschke. Experimental observation of temporal soliton molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 95:143902, 2005.
- [134] D. Tai, A. Hasegawa, and A. Tomita. Observation of modulational instability in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 56:135–138, 1986.
- [135] K. Tai, A. Hasegawa, and N. Bekki. Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect. *Opt. Lett.*, 13:392–394, 1988.
- [136] Thorlabs Inc. <http://www.thorlabs.com/>.
- [137] S. Tomaru, M. Yasu, M. Kawachi, and T. Eda Hiro. VAD single mode fibre with 0.2 dB/km loss. *Electron. Lett.*, 17:92–93, 22 1981.
- [138] A. Tonello. Slow dynamics of Gaussian pulses in fibre links with dispersion management. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2:338, 2000.
- [139] A. Tonello, A.-D. Capobianco, G. Nalesso, F. Gringoli, and C. De Angelis. Perturbations, internal modes and noise in dispersion-managed soliton transmission. *Opt. Commun.*, 246:393 – 403, 2005.
- [140] Tr. X. Tran, A. Podlipensky, P. St. J. Russell, and F. Biancalana. Theory of Raman multipeak states in solid-core photonic crystal fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27:1785–1791, 2010.
- [141] R. Trebino. *Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses*. Springer Netherlands, 2002.
- [142] R. Trebino and D. J. Kane. Using phase-retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10:1101, 1993.

- [143] R. Trebino, K. W. DeLong, D. N. Fittinghoff, J. N. Sweetser, and B. A. Krumbügel, M. A. Richman. Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating. *Rev. Sci. Instrum.*, 68:3277, 1997.
- [144] N. B. Tufillaro and A. M. Albano. Chaotic dynamics of a bouncing ball. *American Journal of Physics*, 54:939, 1986.
- [145] S. K. Turitsyn, I. Gabitov, E. W. Laedke, V. K. Mezentsev, S. L. Musher, E. G. Shapiro, T. Schäfer, and K. H. Spatschek. Variational approach to optical pulse propagation in dispersion compensated transmission systems. *Opt. Commun.*, 151:117–135, 1998.
- [146] R. S. Watt, C. F. Kaminski, and J. Hult. Generation of supercontinuum radiation in conventional single-mode fibre and its application to broadband absorption spectroscopy. *Appl. Phys. B*, 90:47–53, 2008.
- [147] V. Wong and I. A. Walmsley. Ultrashort-pulse characterization from dynamic spectrograms by iterative phase retrieval. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14: 944–949, 1997.
- [148] Z. Xu, L. Li, Z. Li, G. Zhou, and K. Nakkeeran. Exact soliton solutions for the core of dispersion-managed solitons. *Phys. Rev. E*, 68:046605, 2003.
- [149] J. Yang and Y. Tan. Fractal structure in the collision of vector solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3624, 2000.
- [150] T.-S. Yang and W. L. Kath. Radiation loss of dispersion-managed solitons in optical fibers. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 149:80–94, 2001.
- [151] J. Ye, H. Schnatz, and L. Hollberg. Optical frequency combs: from frequency metrology to optical phase control. *IEEE J. Sel. Topics Quant. Elect.*, 9: 1041–1058, 2003.
- [152] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Sov. Phys. JETP*, 34:62–69, 1972.
- [153] A. Zavyalov, R. Iliew, O. Egorov, and F. Lederer. Discrete family of dissipative soliton pairs in mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, 79:053841, 2009.
- [154] A. Zavyalov, R. Iliew, O. Egorov, and F. Lederer. Dissipative soliton molecules with independently evolving or flipping phases in mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, 80:043829, 2009.
- [155] Y. Zhu and J. Yang. Universal fractal structures in the weak interaction of solitary waves in generalized nonlinear Schrödinger equation. *Phys. Rev. E*, 75:036605, 2007.
- [156] Y. Zhu, R. Haberman, and J. Yang. Universal map for fractal structures in weak interactions of solitary waves. *Phys. Rev. Lett.*, 100:143901, 2008.